

Ein Modell für schnelle Bipolartransistoren unter Einbeziehung des Hochstrombereichs

DISSERTATION
zur Erlangung des Grades eines
Doktor-Ingenieurs
der Abteilung für Elektrotechnik
an der Ruhr-Universität Bochum

von
HARTMUT STÜBING
aus Büdingen

Bochum 1984

EIN MODELL FÜR SCHNELLE BIPOLARTRANSISTOREN
UNTER EINBEZIEHUNG DES HOCHSTROMBEREICHES

D I S S E R T A T I O N

zur Erlangung des Grades eines
Doktor-Ingenieurs
der Abteilung für Elektrotechnik
an der Ruhr-Universität Bochum

von

HARTMUT STÜBING

aus Büdingen

Bochum 1984



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546407_0003

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Physikalische Grundlagen	5
2.1. Grundgleichungen	5
2.2. Randbedingungen	7
2.3. Physikalische Parameter	12
2.3.1. Beweglichkeiten	13
2.3.2. Rekombinationsrate	16
2.3.3. Effektive Eigenleitungsdichte	21
2.4. Eindimensionale Formulierung der Grundgleichungen	23
3. Numerisch exakte Beschreibung des Transistors	27
3.1. Gleichungssystem in normierter Form	29
3.2. Ortsdiskretisierung	31
3.3. Lösung des Differenzengleichungssystems	40
3.4. Dotierungsprofil	44
3.5. Simulationsergebnisse	51
4. Herleitung und Diskussion der "Integral Charge Control Relation"	70
4.1. Herleitung der exakten Beziehung	71
4.2. Vereinfachung der Beziehung	74
4.3. Überprüfung der Gültigkeit für den zweidimensionalen Fall	86

5. Modell für den "eigentlichen" Transistor	90
5.1. Stromquellen und Dioden	91
5.1.1. Kollektorstromquelle i_{C0}	91
5.1.2. Diodenstrom i_{B0}	92
5.2. Kapazitäten	93
5.2.1. Sperrschichtkapazitäten	96
5.2.1.1. BE-Sperrschichtkapazität	99
5.2.1.2. BC-Sperrschichtkapazität	101
5.2.1.3. Kollektorzeitkonstante	106
5.2.1.4. Einfluß des Kollektorbahnwiderstandes	107
5.2.2. Diffusionskapazitäten	111
5.2.2.1. Basis-Emitter-Diffusionskapazität	112
5.2.2.2. Basis-Kollektor-Diffusionskapazität	121
5.3. Bestimmung der Löcherladung	128
5.4. Überprüfung der Gültigkeit der quasistatischen Näherung	134
5.5. Ersatzschaltbild	142
6. Herleitung analytischer Beziehungen für die Minoritätenladung und die Minoritätenzeitkonstante im Hochstrombereich	144
6.1. Kollektorzone	149
6.2. Basiszone	167
6.3. Emitterzone	170
6.4. Zusammenfassung der Beziehungen	172
7. Modell des "realen" Transistors	175
7.1. Zweidimensionaler Stromfluß	176
7.1.1. Auffächerung des Elektronenstroms	176
7.1.2. Emitterrandverdrängung	182
7.1.3. Emitterrandinjektion	185
7.2. Einfluß des "äußeren" Transistors	188
7.3. Vollständiges Ersatzschaltbild	190

8. Bestimmung der Modellparameter	191
8.1. Parameter zur Beschreibung des statischen Verhaltens	192
8.1.1. Parameter zur Beschreibung des Basisstroms	192
8.1.2. Parameter zur Beschreibung des Kollektorstroms	193
8.2. Parameter zur Beschreibung der Sperrschichtkapazitäten	198
8.3. Parameter zur Beschreibung der MinoritätENZEIT- konstante	200
8.4. Bahnwiderstände und äußere Sperrschichtkapazitäten	206
9. Überprüfung des Ersatzschaltbildes des "eigentlichen" Transistors durch die numerisch exakte Simulation.	209
10. Vergleichung der numerisch exakten Simulation mit der Messung	214
11. Überprüfung des Ersatzschaltbildes durch die Messung	217
12. Zusammenfassung	222
Anhang	223
Anhang A1: Bestimmung des Dotierungsprofils	223

1. Einleitung

Der Entwurf integrierter Schaltungen geschieht heute vorwiegend mit Netzwerkanalyseprogrammen. Hierbei werden die verschiedenen Bauelemente durch Ersatzschaltbilder beschrieben und die resultierenden Knoten- und Maschengleichungen unter Anwendung iterativer numerischer Verfahren gelöst. Um bei begrenzter Speicherkapazität und mit vertretbarer Rechenzeit auch hochintegrierte Schaltungen simulieren zu können, sollten die verwendeten Modelle das Verhalten des Bauelementes auf möglichst einfache, jedoch genaue analytische Weise beschreiben. Ein solches, für schnelle integrierte Bipolartransistoren gültige Modell wird in dieser Arbeit vorgestellt.

Mit besonderer Sorgfalt wird hierbei das Verhalten des Transistors im Hochstrom- bzw. Quasisättigungsbereich beschrieben. Das Ziel, hohe Integrationsdichten und kleine Gatterlaufzeiten zu erreichen, führt zu einer zunehmenden Miniaturisierung der Transistorstrukturen. Man kann zeigen, daß dann die optimale Stromdichte in vielen Fällen oberhalb der kritischen Stromdichte liegt, bei der die Transitzeit $\tau_T = 1/\omega_T$ des Transistors merklich anzusteigen beginnt (Definition des Hochstrombereichs). Zur Simulation solcher Schaltungen ist daher ein Modell wünschenswert, welches auch im Hochstrombereich das Verhalten des Transistors richtig beschreibt.

Die üblicherweise verwendeten Modelle weisen in diesem Betriebsbereich jedoch z.T. erhebliche Mängel auf. So ist dem Verfasser kein anderes, für die Simulation komplexer integrierter Schaltungen genügend einfaches Modell bekannt, welches das Verhalten im Hochstrombereich ausreichend genau beschreibt und bei dem außerdem der für die Schaltungsoptimierung erforderliche Zusammenhang zwischen den elektrischen Transistorparametern und den wichtigsten technologischen Parametern bekannt bzw. richtig angegeben ist. Diese Aussage gilt insbesondere für die bei schnellen Schaltungen üblichen kleinen Ausgangsspannungen U_{CE} der Transistoren und für die in dieser Arbeit zugrundegelegte, am häufigsten verwendete Technologie mit epitaktischem Kollektor.

Meist wird in gebräuchlichen Netzwerkanalyseprogrammen (z.B. SPICE) das Gummel-Poon-Modell oder eine Variante zur Beschreibung des Transistorverhaltens im Hochstrombereich verwendet. Der Hauptnachteil dieses Modells im Hinblick auf die Simulation schneller integrierter Schaltungen ist der, daß die im Hochstrombereich auftretende Minoritätenspeicherung in der Kollektor- und Basiszone meist viel zu ungenau berücksichtigt wird. Dieser Effekt wird zwar im Gummel-Poon-Modell durch einen Korrekturterm zur Transitzeit τ_T berücksichtigt, der analytische Ausdruck hierfür ist jedoch wenig geeignet, und führt zu erheblichen Fehlern. Die in den verschiedenen SPICE-Versionen eingeführten Modifikationen unter Verwendung von Fitting-Parametern führen zu gewissen Verbesserungen. Allerdings ist die Gültigkeit auf einer relativ kleinen Strom- und Spannungsbereich beschränkt. Weiterhin geht der Zusammenhang mit den physikalischen und technologischen Parametern weitgehend verloren.

Diese, auch bei anderen Modellen vorhandenen Nachteile werden bei dem hier vorgestellten Modell vermieden. Durch eine, in sich konsistente und physikalisch durchsichtige Herleitung der Modellgleichungen entstand ein Modell, welches sowohl das statische als auch das dynamische Verhalten des Transistors im gesamten interessierenden Strom- und Spannungsbereich in enger Kopplung zur Physik und in ausreichend einfacher, jedoch genauer Weise beschreibt.

Die Gültigkeit des Modells wurde durch Vergleich mit Messungen an schnellen Bipolartransistoren überprüft. Die am Lehrstuhl für Elektronische Bauelemente der Ruhr-Universität Bochum vorhandene Technologie gestattet es, schnelle npn-Bipolartransistoren ($f_T \approx 7$ GHz) in Epitaxie-Planartechnik mit genau definierten Abmessungen und technologischen Daten zu realisieren. Da bei integrierten Transistoren die durch den äußeren Kollektorbahnwiderstand und parasitäre Sperrschichtkapazitäten hervorgerufenen Zeitkonstanten das dynamische Verhalten des "eigentlichen" Transistors stark überlagern, wurden die zur Überprüfung verwendeten Transistoren in nicht-integrierter Technik auf einem gut leitenden n-Substrat hergestellt. Hierbei wurde sowohl die Dotierung, wie die Weite der Epitaxiezone variiert.

Als weiteres Hilfsmittel zur Entwicklung und Überprüfung des Modells dient die "exakte numerische Simulation". Durch iterative Lösung der diskretisierten Grundgleichungen (Poisson-Gleichung, Kontinuitätsgleichungen, Randbedingungen) erhält man eine sehr genaue Beschreibung des Transistorverhaltens. Die hierzu realisierten Rechnerprogramme gestatten sowohl die Beschreibung des statischen Verhaltens, als auch eine Analyse des Schalt- und Kleinsignalverhaltens. Für viele Zwecke genügt hierbei die Beschreibung des vertikalen Stromflusses (eindimensionale Simulation). Insbesondere im Hochstrombereich sind verschiedene zweidimensionale Effekte von Bedeutung (Emitterrandverdrängung, Aufwächerung des Elektronenstroms). Zu ihrer Beschreibung wurden zusätzlich zweidimensionale Simulationen des statischen Transistorverhaltens durchgeführt.

Die Voraussetzung für die Genauigkeit der numerisch exakten Simulation ist die Kenntnis des Dotierungsprofils und die Gültigkeit der zur Beschreibung der physikalischen Parameter (Beweglichkeiten, Rekombinationsrate, effektive Eigenleitungs-dichte) verwendeten Beziehungen und Meßwerte. Die diesen Parametern zugrundeliegenden physikalischen Mechanismen lassen sich zum Teil nur sehr unvollständig erfassen. Die zu ihrer Beschreibung verwendeten Beziehungen wurden daher auf empirische Weise, durch sorgfältige Anpassung an neuere Messungen bestimmt.

Durch Vergleich mit den Messungen konnte bestätigt werden, daß dann die numerisch exakte Simulation sowohl das statische als auch das dynamische Verhalten des Transistors mit hoher Genauigkeit beschreibt. Da sie weiterhin einen direkten Einblick in die im Transistor ablaufenden physikalischen Vorgänge erlaubt (Verteilung der Elektronen- und Löcherdichte, etc.) wird sie in dieser Arbeit immer als Referenz für die Herleitung und Überprüfung der analytischen Beziehungen verwendet.

Grundlage für die Beschreibung des statischen Verhaltens ist die "Integral Charge Control Relation" ICCR. Durch Herleitung der exakten Gleichung und schrittweise Vereinfachung auf die von Gummel angegebene Beziehung konnten die Ursachen für die auftretenden Abweichungen zur numerisch exakten Simulation aufgezeigt und diskutiert werden. Hierbei zeigt sich, daß die ICCR das Verhalten

auch im zweidimensionalen Fall bis zu sehr hohen Stromdichten mit guter Genauigkeit beschreibt. Dies gilt allerdings nur dann, wenn man, anders als von Gummel vorgeschlagen, den Integrationsbereich für die Löcherdichte auf die gesamte innere Transistorstruktur erweitert, d.h. auch die im Emitter und (im Hochstrombereich) die im Kollektor gespeicherte Löcherladung berücksichtigt.

Wie die numerisch exakte Kleinsignalanalyse zeigt, kann das dynamische Verhalten der betrachteten Bipolartransistoren im gesamten interessierenden Frequenz- und Schaltzeitbereich durch reelle Kapazitäten beschrieben werden. Hierbei ist auch im Hochstrombereich die BC-Kapazität deutlich kleiner als die BE-Kapazität. Die im Hochstrombereich auftretende Speicherladung in der Kollektor- und Basiszone äußert sich im wesentlichen in einer Erhöhung der, von der Minoritätenzeitkonstanten τ_N abhängigen BE-Diffusionskapazität.

Die Beschreibung der (im Hochstrombereich strom- und spannungsabhängigen) Minoritätenzeitkonstanten τ_N muß mit möglichst hoher Genauigkeit erfolgen, da ein Fehler in τ_N sich direkt in einer Verfälschung der Schaltzeit äußert. Hierfür konnten Beziehungen hergeleitet werden, welche auch bei Auftreten verschiedener zweidimensionaler Effekte (Emitterrandverdrängung, Auffächerung des Kollektorstroms) den resultierenden Verlauf mit guter Genauigkeit wiedergeben. Die resultierende genaue Beschreibung der im Transistor gespeicherten Minoritätenladung führt zusammen mit einer genauen Modellierung der Sperrschichtkapazitäten auf ein analytisches Modell, welches sowohl das statische, als auch das dynamische Verhalten des Transistors in einem weiten Strom- und Spannungsbereich mit guter Genauigkeit beschreibt.

2. Physikalische Grundlagen

2.1 Grundgleichungen

Jedes isotherme Halbleiterbauelement ist durch die Maxwell'schen Gleichungen und die Kontinuitätsgleichungen für den Elektronen- und Löcherstrom vollständig beschreibbar. Ist die Wellenlänge der elektromagnetischen Welle groß gegenüber den Abmessungen des Bauelementes, was bei den untersuchten Transistoren für alle interessierenden Frequenzen der Fall ist, so kann man die Wirkung des Magnetfeldes vernachlässigen und die Maxwell'schen Gleichungen durch die Poisson-Gleichung ersetzen.

Das Differentialgleichungssystem besteht dann aus

der Poisson-Gleichung für das elektrische Potential Ψ

$$\nabla^2 \Psi = - \frac{q}{\epsilon} (p - n + N), \quad (2.1)$$

der Kontinuitätsgleichung für die Elektronenstromdichte

$$\frac{1}{q} \operatorname{div} \vec{j}_n = R + \frac{dn}{dt} \quad (2.2)$$

und der Kontinuitätsgleichung für die Löcherstromdichte

$$\frac{1}{q} \operatorname{div} \vec{j}_p = -R - \frac{dp}{dt}. \quad (2.3)$$

Die Nettorekombinationsrate R ist hierbei als Differenz zwischen Rekombinations- und Generationsrate definiert. N ist die Netto-dotierungs-dichte:

$$N = N_D - N_A$$

Die Stromdichten $\vec{j}_n$ und $\vec{j}_p$ sind proportional zum Gradienten der entsprechenden Quasi-Fermipotentiale:

$$\vec{j}_n = - q \mu_n n \text{ grad } \phi_n \quad (2.4)$$

$$\vec{j}_p = - q \mu_p p \text{ grad } \phi_p \quad (2.5)$$

mit den Ladungsträgerbeweglichkeiten μ_n und μ_p .

Beträgt der Abstand zwischen den Quasifermpotentialen und den Bandkanten mindestens einige Vielfache der Temperaturspannung $U_T = k \cdot T / q$, so kann die Boltzmann-Statistik angewandt werden und die Elektronen- bzw. Löcherdichte in der Form

$$n = n_i \exp ((\Psi - \phi_n) / U_T) \quad (2.6)$$

$$p = n_i \exp ((\phi_p - \Psi) / U_T) \quad (2.7)$$

mit der Eigenleitungsdichte n_i dargestellt werden.

Die Gültigkeit dieser, für Zonen mit nicht zu hoher Dotierung anwendbaren Formulierung kann (wie in Kap. 2.3 gezeigt) für den Höchstdotierungsbereich erweitert werden, indem man für die Eigenleitungsdichte n_i eine effektive, dotierungsabhängige Eigenleitungsdichte n_{ie} einführt:

$$n = n_{ie} \exp ((\Psi - \phi_n) / U_T) \quad (2.8)$$

$$p = n_{ie} \exp ((\phi_p - \Psi) / U_T) \quad (2.9)$$

Die Gleichungen (2.1-2.9) sind an keine speziellen Voraussetzungen oder ein bestimmtes Halbleiterbauelement gebunden. Sie sind daher allgemeingültig, solange die Wellenlänge groß gegenüber den Bauelementeabmessungen ist und keine äußeren Magnetfelder wirksam werden.

2.2 Randbedingungen

Zur vollständigen mathematischen Erfassung eines Halbleiterbauelementes gehören neben den Volumengleichungen noch Randbedingungen, die das Verhalten auf dem Rand der untersuchten Struktur beschreiben. Diese Randbedingungen sollen im folgenden für den in Bild 2.1 dargestellten symmetrischen npn-Streifentransistor angegeben werden.

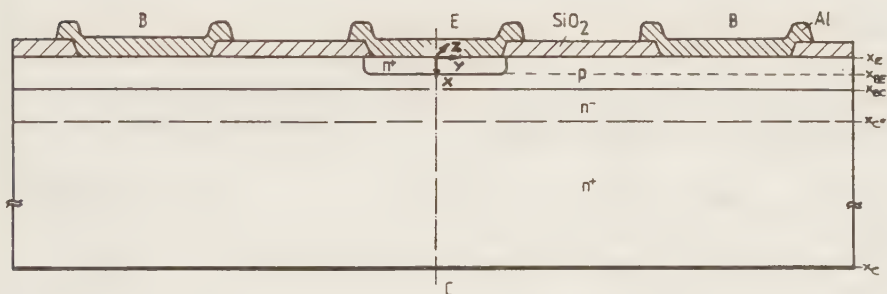


Bild 2.1: Querschnitt durch einen Epitaxial-Planartransistor in nicht-integrierter Technik (ohne Leitbasis). Die bei der Herstellung entstehenden Oxydstufen sind nicht berücksichtigt.

Die Randbedingungen gelten für den allgemeinen dreidimensionalen Fall. Oft genügt zur Beschreibung des Klemmenverhaltens die Betrachtung des vertikalen Stromflusses. Die sich bei dieser eindimensionalen Beschreibung ergebenden Abweichungen in der Formulierung der Randbedingungen werden in Kapitel 2.4 beschrieben.

Die metallisierten Zonen stellen ohmsche Kontakte dar. Hier herrscht Ladungsneutralität.

$$p - n + N = 0 \quad (2.10)$$

Die Minoritätsträgerströme an den Kontakten sind über die Rekombinationsgeschwindigkeiten s_p bzw. s_n mit den Ladungsträgerdichten verknüpft:

$$|j_p| = q s_p (p - p_0) \quad \text{am n-Kontakt} \quad (2.11a)$$

$$|j_n| = q s_n (n - n_0) \quad \text{am p-Kontakt} \quad (2.11b)$$

Hierbei sind p_0 und n_0 die Trägerdichten im thermodynamischen Gleichgewicht und gegeben durch

$$p_0 = n_{ie} \exp(-\Psi_0) \quad (2.12a)$$

$$n_0 = n_{ie} \exp(+\Psi_0). \quad (2.12b)$$

Unter Anwendung der Neutralitätsbedingung (2.10) erhält man für das Potential im thermodynamischen Gleichgewicht

$$\Psi_0 = U_T \ln \left(\frac{1}{2} \frac{N}{n_{ie}} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{N}{n_{ie}} \right)^2 + 1} \right). \quad (2.13)$$

Das Potential am Kontakt wird bei Anlegen einer Spannung gegenüber Ψ_0 um den Wert der äußeren Spannung angehoben oder abgesenkt.

Bezieht man sämtliche Spannungen auf den Emittterkontakt, so erhält man für die Randbedingungen

am Emittter-Kontakt:

$$\Psi_E = \Psi_{OE} \quad (2.14a)$$

$$p - n + N_E = 0 \quad (2.14b)$$

$$|j_p| = q s_p (p - p_{OE}) \quad (2.14c)$$

mit

$$N_E = N_D - N_A$$

$$\Psi_{OE} = U_T \ln \left(\frac{1}{2} \frac{N_E}{n_{ie}} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{N_E}{n_{ie}} \right)^2 + 1} \right)$$

$$p_{OE} = n_{ie} \exp (\Psi_{OE}/U_T)$$

am Basiskontakt:

$$\Psi_B = \Psi_{OB} + u_{BE} \quad (2.15a)$$

$$p - n - N_B = 0 \quad (2.15b)$$

$$|j_n| = q s_n (n - n_{OB}) \quad (2.15c)$$

mit

$$N_B = N_D - N_A$$

$$\Psi_{OB} = U_T \ln \left(\frac{1}{2} \frac{N_B}{n_{ie}} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{N_B}{n_{ie}} \right)^2 + 1} \right)$$

$$n_{OB} = n_{ie} \exp (\Psi_{OB}/U_T)$$

und am Kollektor-Kontakt:

$$\Psi_C = \Psi_{OC} + u_{CE} \quad (2.16a)$$

$$p - n + N_C = 0 \quad (2.16b)$$

$$|j_p| = q s_p (p - p_{OC}) \quad (2.16c)$$

mit

$$N_C = N_D - N_A$$

$$\psi_{OC} = U_T \ln \left(\frac{1}{2} \frac{N_C}{n_{ie}} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{N_C}{n_{ie}} \right)^2 + 1} \right)$$

$$n_{OC} = n_{ie} \exp(\psi_{OC}/U_T)$$

Da bei den betrachteten Bipolartransistoren die Dotierungskonzentrationen an den Kontakten relativ hoch sind, kann hier in sehr guter Näherung die Minoritätsträgerdichte gegenüber der Majoritätsträgerdichte vernachlässigt werden. Die Randbedingungen können dann vereinfacht werden. Man erhält

am Emitterkontakt:

$$\psi_E = \psi_{OE} = U_T \ln \frac{N_E}{n_{ie}} \quad (2.17a)$$

$$\phi_{nE} = 0 \quad (2.17b)$$

$$\phi_{pE} = U_T \ln \left(1 + \frac{|j_p|}{q s_p n_{ie}^2 / N_E} \right) \quad (2.17c)$$

am Basiskontakt:

$$\psi_B = \psi_{OB} + u_{BE} = u_{BE} - U_T \ln \frac{|N_B|}{n_{ie}} \quad (2.18a)$$

$$\phi_{nB} = u_{BE} - U_T \ln \left(1 + \frac{|j_n|}{q s_n n_{ie}^2 / |N_B|} \right) \quad (2.18b)$$

$$\phi_{pB} = u_{BE} \quad (2.18c)$$

und am Kollektorkontakt:

$$\psi_C = \psi_{OC} + u_{CE} = u_{CE} + U_T \ln \frac{N_C}{n_{ie}} \quad (2.19a)$$

$$\phi_{nC} = u_{CE} \quad (2.19b)$$

$$\phi_{pC} = u_{CE} + U_T \ln \left(1 + \frac{|j_p|}{q s_p n_{ie}^2 / N_C} \right) \quad (2.19c)$$

Unter der gebräuchlichen Annahme, daß die Feldstärke im Oxyd vernachlässigt werden kann (z.B. /37/) und bei vernachlässigbarer Ionenladung im Oxyd ist die Normalkomponente der dielektrischen Verschiebungsdichte am Oxyd durch die Grenzflächenladungsdichte $\bar{Q}_{SS}$ gegeben:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = - \frac{\bar{Q}_{SS}}{\epsilon} \quad (2.20a)$$

Die Normalkomponente des Elektronen- bzw. Löcherstroms ist durch die Oberflächenrekombinationsrate R_S (vgl. (2.34)) bestimmt:

$$j_{nx} = q R_S \quad (2.20b)$$

$$j_{px} = q R_S \quad (2.20c)$$

In der Mitte des Transistors verschwinden aus Symetrie Gründen die lateralen Komponenten der Stromdichten und des elektrischen Feldes:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0 \quad (2.21a)$$

$$j_{ny} = 0 \quad (2.21b)$$

$$j_{py} = 0 \quad (2.21c)$$

Für den betrachteten symmetrischen Transistor ist daher nur die Beschreibung einer Hälfte der Struktur notwendig.

Am seitlichen Rand des Transistors wird ein idealer Isolator angenommen. Auch hier gilt dann:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0 \quad (2.22a)$$

$$j_{ny} = 0 \quad (2.22b)$$

$$j_{py} = 0 \quad (2.22c)$$

2.3 Physikalische Parameter

Zur Lösung der angegebenen Gleichungen werden neben speziellen Angaben über das Bauelement (Abmessungen, Dotierungsprofil, Klemmenspannungen) noch Angaben über die auftretenden physikalischen Parameter benötigt.

Außer der Temperaturspannung

$$U_T = \frac{k \cdot T}{q} = 0,025847 \text{ V } \frac{T}{300 \text{ K}},$$

der Elementarladung

$$q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$$

und der Dielektrizitätskonstanten von Silizium

$$\epsilon = 1,059 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vcm}}$$

sind dies die Beweglichkeiten, die Rekombinationsraten und die Eigenleitungsdichte.

Die diesen Parametern zugrunde liegenden physikalischen Mechanismen lassen sich zum Teil nur sehr unvollständig erfassen. Sie werden daher in der Regel durch empirisch bestimmte, an Messungen angepasste Modellgleichungen beschrieben.

Die folgenden Ausführungen beziehen sich auf Silizium unter Normalbedingungen (keine äußeren magnetischen Felder, kein Tunneleffekt) und bei Raumtemperatur ($T = 300\text{K}$).

2.3.1 Beweglichkeiten

Die Beweglichkeiten μ_n und μ_p in (2.4) und (2.5) werden durch die verschiedenen Streumechanismen der Ladungsträger beeinflusst /2/.

Bei sehr reinem Silizium wird die Beweglichkeit durch die auftretende Gitterstreuung (Streuung an Phononen) begrenzt. Zusätzlich kann prinzipiell noch eine Streuung durch Photonenemission auftreten. Dieser Effekt ist bei Silizium infolge der indirekten Bandübergänge jedoch sehr gering. Dotiert man den Halbleiter, so wird die Gitterbeweglichkeit durch Streuung an den ionisierten Störstellen reduziert. Die Beweglichkeit der Ladungsträger wird damit dotierungsabhängig. Durch Auswertung der von Irvin /3/ angegebenen Messwerte haben Caughey und Thomas /4/ folgende Abhängigkeit der Ladungsträgerbeweglichkeit von der Gesamtdotierung $N_t = N_A + N_D$ ermittelt:

$$\mu = \mu_{\min} + \frac{\mu_{\max} - \mu_{\min}}{1 + \left(\frac{N_t}{N_{\text{ref}}}\right)^\alpha} \quad (2.23)$$

Neuere Messwerte für die Elektronen- und Löcherbeweglichkeit sind in den Bildern 2.2 und 2.3 dargestellt.

Durch Anpassung an diese Messwerte, wurden die in Tabelle 2.1 angegebenen Werte für die Parameter der Gleichung 2.23 bestimmt. Die resultierenden Verläufe $\mu(N)$ sind in den Bildern 2.2 und 2.3 eingetragen.

	$\mu_{\min}$ (cm ² /s)	$\mu_{\max}$ (cm ² /s)	N_{ref} (cm ⁻³)	α	v_{sat} (cm/s)	β
Elektronen	80	1360	10^{17}	0,77	$1,1 \cdot 10^7$	2
Löcher	30	470	$3,2 \cdot 10^{17}$	0,63	$9,5 \cdot 10^6$	1

Tabelle 2.1 Parameter der Gleichungen (2.23) und (2.25)

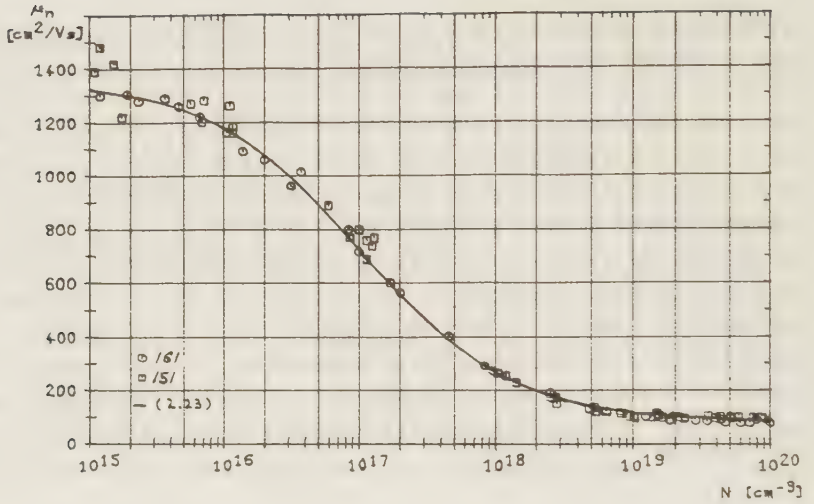


Bild 2.2: Dotierungsabhängigkeit der Elektronenbeweglichkeit μ_n .

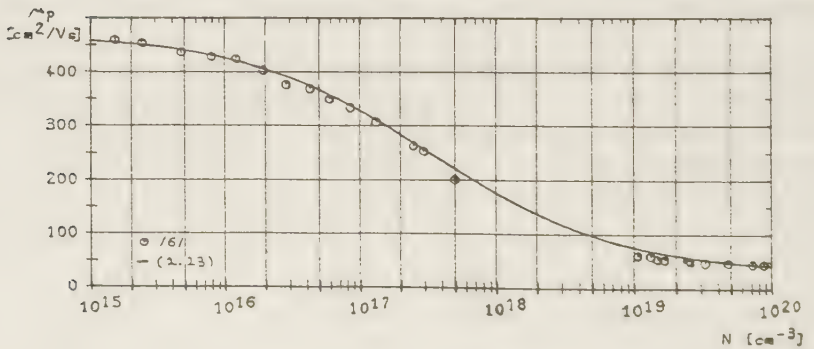


Bild 2.3: Dotierungsabhängigkeit der Löcherbeweglichkeit μ_p .

Insbesondere bei Leistungsbauelementen kann zusätzlich zur Gitterstreuung die gegenseitige Streuung der Ladungsträger (Elektronen-Lochstreuung) von Bedeutung sein. Dieser Streumechanismus führt bei hohen Trägerdichten zu einer weiteren Reduzierung der Beweglichkeit /8/,/9/.

Nach /24/ läßt sich dieser Effekt berücksichtigen, indem in (2.23) die Gesamtdotierung N_t durch

$$N_{t*} = (1-a) N_t + a(p+n) \quad (2.24)$$

mit $a = 0,33$ ersetzt wird.

Für die in dieser Arbeit untersuchten Transistoren zeigt die numerische Simulation jedoch, daß dieser Wert für a den Effekt deutlich überbewertet. Im Bereich der Kollektor-Epitaxiezone wird die Beweglichkeit der Ladungsträger nach Einsetzen des Hochstromeffekts (Injektion von Löchern) durch (2.24) soweit reduziert, daß die, (durch die Messung bestätigte) "Sättigung" des Verlaufes $\tau_N(I_C)$ (vgl. Bild 3.10) nicht mehr auftritt. Vielmehr steigt in diesem Strombereich die im Kollektor gespeicherte Löcherladung auf sehr hohe Werte an und verfälscht sowohl das statische, als auch das dynamische Verhalten des Transistors erheblich.

Es erscheint deshalb fraglich, ob der aus Messungen an pin-Dioden bestimmte Wert für a auf die untersuchten schnellen Bipolartransistoren übertragbar ist. Der Effekt wird daher in dieser Arbeit nicht berücksichtigt.

Zusätzlich zur Dotierungsabhängigkeit der Beweglichkeit muß noch die Feldstärkeabhängigkeit berücksichtigt werden. Sie wird durch den endlichen Maximalwert der Driftgeschwindigkeit hervorgerufen. Mit zunehmender Feldstärke steigt die Driftgeschwindigkeit nicht linear an, sondern nähert sich asymptotisch dem Grenzwert $v_{sat} / 10/$. Dies hat zur Folge, daß die Beweglichkeit der Ladungsträger mit zunehmender Feldstärke abnehmen muß.

Die Feldstärkeabhängigkeit wird nach /4/ durch die Beziehung

$$\mu = \frac{\mu_0}{(1 + (\mu_0 |E| / v_{\text{sat}})^\beta)^{1/\beta}} \quad (2.25)$$

beschrieben. Hierbei ist μ_0 der dotierungsabhängige Wert der Beweglichkeit nach (2.23). $|E|$ steht für den Betrag der elektrischen Feldstärke. Die Werte für die Sättigungsdriftgeschwindigkeit v_{sat} und den Exponenten sind in Tabelle 2.1 angegeben.

Diese Formulierung der Feldstärkeabhängigkeit geht von der "klassischen" Trennung der Teilchenströme in Diffusions- und Feldstrom aus, wobei die Driftgeschwindigkeit gleich dem Produkt von Feldstärke und Beweglichkeit gesetzt wird. Physikalisch plausibler erscheint es, einem Vorschlag von Gokhale /26/ folgend, in (2.25) die elektrische Feldstärke durch den Gradienten des entsprechenden Quasifermpotentials zu ersetzen. Dieser, in neueren Arbeiten oft zu findende Ansatz /24/ wird daher auch hier verwendet.

2.3.2 Rekombinationsrate

Die Netto-Rekombinationsrate in Silizium besteht im wesentlichen aus drei Anteilen:

$$R = R_{\text{SRH}} + R_{\text{Aug}} + G_{\text{Av}} \quad (2.26)$$

Hierbei beschreibt R_{SRH} die Rekombination über Haftstellen im verbotenen Band (Shockley-Read-Hall-Rekombination), R_{Aug} die Rekombination durch Dreierstöße (Auger-Rekombination) und G_{Av} die Generation durch Stoßionisation.

Für die Haftstellenrekombination gilt nach /11/, /12/ die Beziehung

$$R_{\text{SRH}} = \frac{p \cdot n - n_t^2}{\tau_p (n + n_t) + \tau_n (p + n_t)} \quad (2.27)$$

mit

$$n_t = n_{ie} \exp ((E_t - E_i)/q U_T)$$

$$p_t = n_{ie} \exp ((E_i - E_t)/q U_T).$$

Hierbei gibt $E_t - E_i$ die energetische Lage der Haftstellen ("traps") relativ zur Bandmitte E_i an. τ_n und τ_p sind die Lebensdauern der Elektronen bzw. Löcher. Die Eigenleitungsichte n_i ist hier bereits durch die effektive Eigenleitungsichte n_{ie} ersetzt worden.

Da die Lage der "Trapniveaus" E_t i.a. nicht bekannt ist, bei Vorhandensein verschiedener Haftstellen jedoch die Rekombination an Haftstellen, die in der Nähe der Bandmitte liegen, dominiert, wird näherungsweise

$$n_t = p_t = n_{ie}$$

gesetzt. Damit erhält man für die SRH-Rekombinationsrate:

$$R_{SRH} = \frac{p n - n_{ie}^2}{\tau_p (n + n_{ie}) + \tau_n (p + n_{ie})} \quad (2.28)$$

Die Lebensdauern τ_p und τ_n sind dotierungsabhängig /13/, /14/. Sie können nach /24/ durch

$$\tau_{SRH} = \tau_0 \frac{1}{1 + \left(\frac{N_t}{N_{ref}} \right)^{\gamma}} \quad (2.29)$$

beschrieben werden.

Die Höhe der SRH-Lebensdauer ist abhängig vom jeweiligen Herstellungsprozeß. Der Parameter τ_0 ist daher als "Fitting-Parameter" anzusehen. Er wurde so gewählt, daß bei kleinen Strömen eine möglichst gute Übereinstimmung des gemessenen Stromverstärkungsverlaufes $B_N(I_C)$ mit den numerisch simulierten Werten besteht. Die Referenzdotierung wurde mit $N_{ref} = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ so niedrig gewählt, daß im relevanten Dotierungsbereich ($N_t > 10^{17} \text{ cm}^{-3}$) der Term $(N_t/N_{ref})^{\gamma}$ im Nenner von (2.29) gegenüber dem Wert 1 dominiert. Weiterhin wurde angenommen, daß das Verhältnis von Elektronen- und Löcherlebensdauer konstant ist.

Mit dem, den in /35/, /42/ angegebenen Werten entsprechenden Verhältnis

$$\frac{\tau_{n0}}{\tau_{p0}} = 2,5$$

erhält man dann für die Parameter der SRH-Lebensdauer:

$$\tau_{p0} = 0,5 \mu s$$

$$\tau_{n0} = 1,25 \mu s$$

$$N_{ref} = 10^{15} cm^{-3}$$

$$\gamma = 0,5 \quad (\text{nach /24/})$$

Bei höheren Konzentrationen wird die SRH-Rekombination durch die einsetzende Auger-Rekombination überlagert /14/. Sie nimmt quadratisch mit der Majoritätsdrägerdichte zu, so daß bei hohen Konzentrationen, wie sie im Emitter des Transistors auftreten, im wesentlichen die Auger-Rekombination wirksam ist. Für die Rekombinationsrate der Auger-Rekombination gilt:

$$R_{Aug} = (p n - n_{ie}^2) (c_n n + c_p p) \quad (2.30)$$

Die Auger-Koeffizienten c_n und c_p wurden von verschiedenen Autoren angegeben /15/, /16/, /22/. In dieser Arbeit wird für c_n ein Mittelwert aus den neueren Werten von Dziewior, Schmid /16/ und Wieder /22/, für c_p der von Dziewior, Schmid /16/ angegebene Wert verwendet:

$$c_n = 2,2 \cdot 10^{-31} cm^{-6}/s$$

$$c_p = 0,99 \cdot 10^{-31} cm^{-6}/s$$

Die nach (2.30) in doppeltlogarithmischer Darstellung resultierenden Geraden für die Lebensdauer der Auger-Rekombination

$$\tau_{p, \text{Aug}} = \frac{p}{R_{\text{Aug}}} = \frac{1}{c_n n^2} = \frac{1}{c_n N^2} \quad \text{für } n \approx N \gg p \quad (2.31)$$

$$\tau_{n, \text{Aug}} = \frac{n}{R_{\text{Aug}}} = \frac{1}{c_p p^2} = \frac{1}{c_p N^2} \quad \text{für } p \approx N \gg n \quad (2.32)$$

sind in den Bildern 2.4 und 2.5 im Vergleich zu den Meßwerten dargestellt

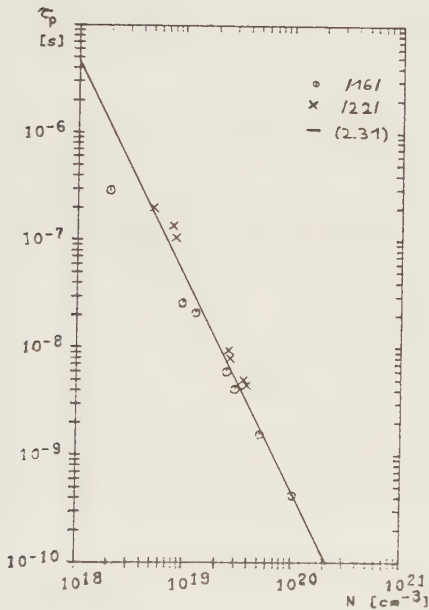


Bild 2.4:
 Dotierungsabhängigkeit
 der Löcherlebensdauer τ_p .

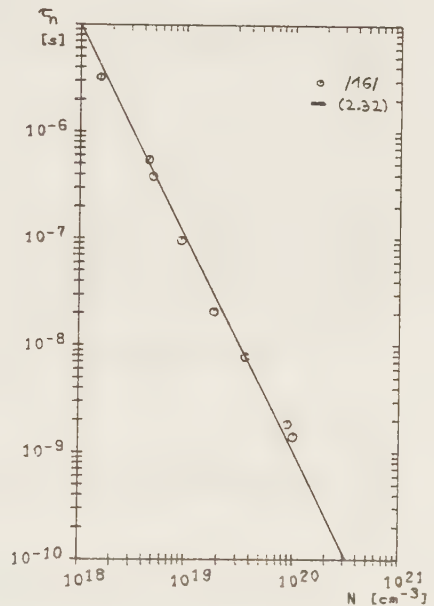


Bild 2.5:
 Dotierungsabhängigkeit
 der Elektronenlebensdauer τ_n .

Die Generationsrate wird im wesentlichen durch die bei großen Spannungen auftretende Stoßionisation bestimmt. Die resultierende Generationsrate (Avalanche-Generation) kann durch

$$G_{Av} = \alpha_n |j_n| + \alpha_p |j_p| \quad (2.33)$$

mit den Ionisationskoeffizienten α_n und α_p beschrieben werden.

Die zur Stoßionisation benötigten Spannungen liegen weit über dem in dieser Arbeit betrachteten Spannungsbereich, so daß hier die Avalanche-Generation vernachlässigt werden kann.

Zusätzlich zur Rekombinationsrate im Inneren des Transistors muß noch die Rekombination an den Metallkontakten und am Oxyd betrachtet werden.

Die Rekombination an den Kontakten wird durch die Rekombinationsgeschwindigkeiten s_p und s_n in (2.11) beschrieben. Wie die numerische Simulation zeigt, hat die Höhe der Rekombinationsgeschwindigkeit nur sehr geringen Einfluß auf das Verhalten der untersuchten Transistoren. In dieser Arbeit wird s_p gleich s_n gesetzt und der aus [17] entnommene Zahlenwert

$$s_p = s_n = 300\,000 \text{ cm/s}$$

verwendet.

Die Rekombinationsrate am Oxyd kann durch die zu (2.28) analoge Beziehung

$$R_S = \frac{p \cdot n - n_{ie}^2}{(n + n_{ie})/s_{pox} + (p + n_{ie})/s_{nox}} \quad (2.34)$$

mit den Rekombinationsgeschwindigkeiten s_{pox} und s_{nox} beschrieben werden.

Die Rekombinationsgeschwindigkeiten sind stark prozeßabhängig. Da für den zur Herstellung der Transistoren verwendeten Prozeß der Wert von s_{pox} und s_{nox} nicht bekannt ist und die Oberflächenrekombination für das untersuchte Verhalten von untergeordneter Bedeutung ist, wird sie in dieser Arbeit nicht berücksichtigt.

Aus ähnlichen Gründen wird auch die Grenzflächenladungsdichte $\bar{Q}_{SS}$ in (2.20a) vernachlässigt.

2.3.3 Effektive Eigenleitungsdichte

Die Eigenleitungsdichte n_i ist stark temperaturabhängig. Durch Anpassung der in /18/ angegebenen Beziehung an die von Benda /19/ im Bereich der Raumtemperatur durchgeführten Messungen erhält man für die Temperaturabhängigkeit von n_i :

$$n_i^2 = 2,4278 \cdot 10^{40} \text{ cm}^{-6} \left(\frac{T}{300\text{K}} \right)^3 \exp \left(\frac{-E_{g0}}{q U_T} \right) \quad (2.35)$$

Hierbei gibt E_{g0} den Bandabstand für undotiertes Silizium an. Er beträgt /18/

$$E_{g0} = 1,206 \text{ eV.}$$

Für $T = 300\text{K}$ erhält man dann:

$$n_i(300\text{K}) = 1,15 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

Die Gültigkeit der Beziehung (2.35) wird für hohe Dotierungskonzentrationen (im wesentlichen) durch drei Effekte beeinträchtigt:

- infolge der hohen Konzentration verbreitern sich die diskreten Energieniveaus zu einem Energieband unterhalb der Leitungsband- bzw. oberhalb der Valenzbandkante.
- die Bandkanten sind bei hohen Konzentrationen nicht mehr scharf definiert, sondern verbreitern sich zum verbotenen Band hin (Bandtails).
- die auftretende Wechselwirkung zwischen Minoritäts- und Majoritätsträgern bewirkt eine Verringerung der Ionisationsenergie.

Diese physikalischen Mechanismen haben eine Verringerung des effektiven Bandabstandes

$$E_g = E_{g0} - \Delta E_g \quad (2.36)$$

und damit eine Erhöhung der Eigenleitungsdichte n_i zur Folge /20/.

Die Eigenleitungsdichte n_i muß dann durch die dotierungsabhängige effektive Eigenleitungsdichte n_{ie} ersetzt werden. Diese ist mit der Bandabstandsänderung ΔE_g über die Beziehung

$$n_{ie}^2 = n_i^2 \exp (\Delta E_g / U_T) \quad (2.37)$$

verknüpft.

Bild 2.6 zeigt die durch Messungen an geeigneten Bipolarstrukturen /21/, /22/, /23/ gewonnenen Werte für die Dotierungsabhängigkeit der Bandabstandsänderung ΔE_g .

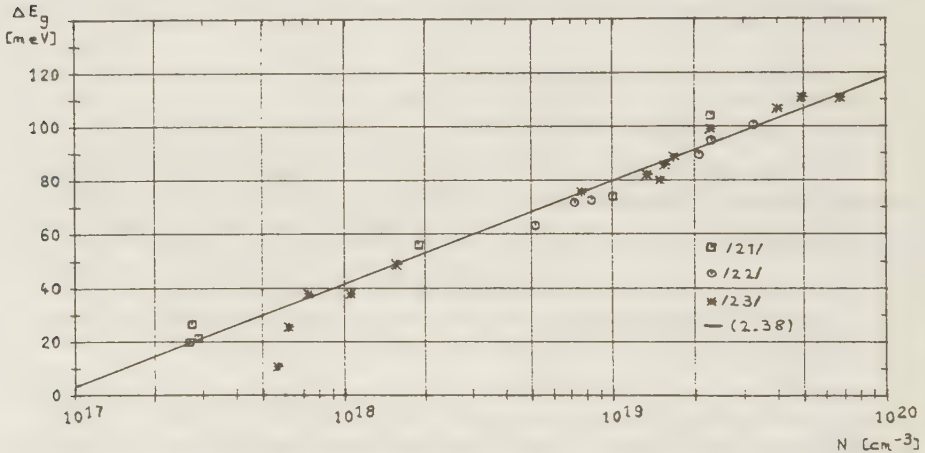


Bild 2.6: Dotierungsabhängigkeit der Bandabstandsänderung ΔE_g .

Man erkennt, daß der Verlauf $\Delta E_g(N)$ gut durch die logarithmische Abhängigkeit

$$\Delta E_g = \frac{1}{2} q V_{g0} \left(\ln \frac{N}{N_{ref}} + \sqrt{\left(\ln \frac{N}{N_{ref}} \right)^2} \right) \quad (2.38)$$

mit den Konstanten

$$V_{go} = 8,3 \text{ mV}$$

$$N_{ref} = 8 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

nachgebildet wird.

Die so aus elektrischen Messungen bestimmte effektive Eigenleitungsdichte n_{ie} beschreibt sowohl die in /20/ näher beschriebenen Hochdotierungseffekte, als auch den Einfluß der bei hoher Dotierung auftretenden Entartung (Fermi-Statistik) auf empirische Weise. Die Gleichungen (2.8) und (2.9) sind daher nicht mehr an die Gültigkeit der Boltzmann-Statistik gebunden, sondern für den allgemeinen Fall anwendbar.

2.4 Eindimensionale Formulierung der Grundgleichungen

Die in Kap. 2.1 angegebenen Beziehungen gelten für den allgemeinen dreidimensionalen Fall. Oft ist jedoch die Betrachtung des vertikalen Stromflusses für die Beschreibung des Transistors ausreichend. Im folgenden werden daher die Grundgleichungen (und die Randbedingungen) für diesen "eindimensionalen Fall" angegeben.

Hierzu wird die Mitte ($y=0, z=0$) des in Bild 2.1 dargestellten Bipolartransistors betrachtet. Hier verschwinden aus Symmetriegründen alle lateralen Komponenten der Stromdichten und der Feldstärke:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial z} = j_{ny} = j_{nz} = j_{py} = j_{pz} = 0 \quad \text{für } y=z=0$$

Von Wirkung sind hier nur die Komponenten in x-Richtung und die Vektorgleichungen (2.1-2.3) können zu skalaren Beziehungen vereinfacht werden:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{q}{\epsilon} (p - n + N) \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial j_n}{\partial x} = q R + q \frac{\alpha n}{\alpha t} \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial j_p}{\partial x} = - q R - q \frac{\alpha p}{\alpha t} \quad (2.41)$$

Für die Stromkomponenten in x-Richtung gilt:

$$j_n = -q \mu_n n \frac{d\phi_n}{dx} \quad (2.42)$$

$$j_p = -q \mu_p p \frac{d\phi_p}{dx} \quad (2.43)$$

mit

$$p = n_{ie} \exp \frac{\phi_p - \psi}{U_T} \quad (2.44)$$

$$n = n_{ie} \exp \frac{\psi - \phi_n}{U_T} \quad (2.45)$$

Mit der elektrischen Feldstärke

$$E = - \frac{d\psi}{dx} \quad (2.46)$$

und

$$\frac{d\phi_n}{dx} = \frac{d\psi}{dx} - U_T \frac{1}{n} \frac{dn}{dx} + U_T \frac{1}{n_{ie}} \frac{dn_{ie}}{dx} \quad (2.47)$$

$$\frac{d\phi_p}{dx} = \frac{d\psi}{dx} + U_T \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} - U_T \frac{1}{n_{ie}} \frac{dn_{ie}}{dx} \quad (2.48)$$

erhält man dann die bekannte Aufspaltung der Ströme in Diffusions- und Feldanteil:

$$j_n = q \mu_n U_T \left(\frac{dn}{dx} + n \left(\frac{E}{U_T} - \frac{1}{n_{ie}} \frac{dn_{ie}}{dx} \right) \right) \quad (2.49)$$

$$j_p = q \mu_p U_T \left(-\frac{dp}{dx} + p \left(\frac{E}{U_T} + \frac{1}{n_{ie}} \frac{dn_{ie}}{dx} \right) \right) \quad (2.50)$$

Die Dotierungs-, und damit Ortsabhängigkeit der effektiven Eigenleitungsdichte bewirkt, daß im thermodynamischen Gleichgewicht ($j_p = j_n = 0$) die in Zonen mit sich ändernder Dotierung auftretende Feldstärke

$$\epsilon = - U_T \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dx} - \frac{1}{n_{ie}} \frac{dn_{ie}}{dx} \right) = U_T \left(\frac{1}{p} \frac{dp}{dx} - \frac{1}{n_{ie}} \frac{dn_{ie}}{dx} \right)$$

verringert wird.

Die Einführung einer effektiven Eigenleitungsdichte n_{ie} führt daher gegenüber der klassischen Rechnung mit konstantem n_i zu einer Verringerung der Feldstärke im Emitter, in der Basis und am Kollektor-Substrat-Übergang des Transistors.

Die Beweglichkeiten sind abhängig vom Gradienten des entsprechenden Quasifermpotentials:

$$\mu_n = \mu_{n0} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu_{n0}}{v_{nsat}} \frac{d\phi_n}{dx} \right)^2}} \quad (2.51)$$

$$\mu_p = \mu_{p0} \frac{1}{1 + \frac{\mu_{p0}}{v_{psat}} \left| \frac{d\phi_p}{dx} \right|} \quad (2.52)$$

Mit (2.42) und (2.43) kann diese Abhängigkeit als Funktion der Ladungsträgerdichten und der Stromdichten angegeben werden:

$$\mu_n = \mu_{n0} \sqrt{1 - \left(\frac{-j_n}{q v_{nsat} n} \right)^2} \quad (2.53)$$

$$\mu_p = \mu_{p0} \left(1 - \frac{|j_p|}{q v_{psat} p} \right) \quad (2.54)$$

Die Randbedingungen an den ohmschen Kontakten des "eindimensionalen" Transistors (Emitter- und Kollektorkontakte) bleiben gegenüber (2.17) bzw. (2.19) unverändert. Anders sind jedoch die Verhältnisse in der Basis. Hier kann im eindimensionalen Fall kein ohmscher Kontakt angenommen werden. Vielmehr muß der Basisstrom (Löcherstrom) eingespeist werden, indem an einem festen Punkt der Basis, dem "Basiseinspeisungspunkt" x_B die Kontinuitätsgleichung für die Löcherstromdichte außer Kraft gesetzt wird. Bei der eindimensionalen numerischen Simulation wird für diesen Punkt der Ort des Maximums der Nettodotierungsichte gewählt.

Die Randbedingung am Basiseinspeisungspunkt wird durch das Quasifermipotential der Löcher festgelegt. Es unterscheidet sich vom Wert am Basis-Kontakt ($\phi_{pB} = u_{BE}$) durch den Spannungsabfall am Basisbahnwiderstand. Für $\phi_p(x_B)$, ist damit die "innere" BE-Spannung $u_{B'E}$ einzusetzen.

$$\phi_p(x_B) = u_{B'E} = u_{BE} - r_B i_B \quad (2.55)$$

Das Potential am Basiseinspeisungspunkt ist mit ϕ_p über die Löcherdichte verknüpft.

$$\Psi(x_B) = u_{B'E} - U_T \ln \frac{p(x_B)}{n_{ie}(x_B)} \quad (2.56)$$

Mit dem Basiseinspeisungspunkt x_B kann die eindimensionale Transistorstruktur in zwei Bereiche unterteilt werden:

die BE-Strecke ($x_E \leq x \leq x_B$) mit der Spannung

$$\begin{aligned} u_E &= - \int_{x_E}^{x_B} E dx = \Psi(x_B) - \Psi(x_E) \\ &= u_{B'E} - U_T \ln \frac{p(x_B) N_E}{n_{ie}(x_B) n_{ie}(x_E)} \end{aligned} \quad (2.57)$$

und die BC-Strecke ($x_B \leq x \leq x_C$) mit der Spannung

$$\begin{aligned} u_C &= - \int_{x_C}^{x_B} E dx = \Psi(x_B) - \Psi(x_C) \\ &= u_{B'C} - U_T \ln \frac{p(x_B) N_C}{n_{ie}(x_B) n_{ie}(x_C)} \end{aligned} \quad (2.58)$$

3. Numerisch exakte Beschreibung des Transistors

Die Gleichungen (2.1-2.3) stellen ein nichtlineares gekoppeltes Differentialgleichungssystem dar. Eine analytische Lösung dieses Systems ist ohne vereinfachende Annahmen, wie z.B. die Aufteilung des Transistors in neutrale Bahngebiete und ladungsträgerfreie Raumladungszonen, nicht möglich. Die unter solchen Annahmen gewonnenen Lösungen sind jeweils nur in einem begrenzten Bereich der Transistorstruktur (z.B. Kollektorzone) gültig. Weiterhin gelten sie nur in einem beschränkten Arbeitsbereich.

Zur exakten Lösung des Gleichungssystems müssen daher numerische Verfahren verwendet werden. Hierzu werden die Differentialgleichungen in ein System von Differenzengleichungen umgewandelt. Das so entstehende algebraische Differenzengleichungssystem kann dann mit Hilfe iterativer Verfahren gelöst werden. Dieses als "numerisch exakte Simulation" bezeichnete Verfahren beschreibt das Verhalten der untersuchten Struktur ohne daß physikalische Vereinfachungen vorgenommen werden müssen.

Die Genauigkeit der Beschreibung ist unter Voraussetzung der Gültigkeit der zugrundegelegten Modelle für die physikalischen Parameter (vgl. Kapitel 2.3) nur durch die bei der Lösung auftretenden numerischen Fehler begrenzt. Sie können durch die Verwendung geeigneter Verfahren im Prinzip beliebig klein gehalten werden. Die Grenzen für die Genauigkeit sind somit nur durch wirtschaftliche (Rechenzeit) und rechentechnische (Wortgenauigkeit und Speicherkapazität) Randbedingungen gegeben.

Da die numerisch exakte Simulation zum einen das Verhalten der Transistorstruktur exakt beschreibt und zum anderen einen direkten Einblick in die im Transistor ablaufenden Vorgänge (Verteilung der Elektronen- und Löcherdichte, etc.) erlaubt, ist sie ein sehr gutes Hilfsmittel zur Entwicklung vereinfachter analytischer Modelle. Sie wird daher in dieser Arbeit immer als Referenz für die Überprüfung der analytischen Beziehungen verwendet.

Der erste Algorithmus zur eindimensionalen numerischen Lösung des Differentialgleichungssystems wurde von Gummel /25/ angegeben. Seitdem ist die numerisch exakte Simulation in einer Vielzahl von Veröffentlichungen beschrieben worden.

Eindimensionale Strukturen werden z.B. in den Arbeiten von Gokhale /26/, Hachtel /27/, Gosh /28/, Kurata /29/, Engl, Dirks, Laur und Pöstges /37/-/42/, untersucht. Eine Beschreibung der zweidimensionalen Simulation ist u.a. in den Arbeiten von Slotboom /30/,/31/, Engl, Heimeier und Manck /32/-/36/ zu finden.

Aus diesem Grund wird hier auf eine ausführliche und vollständige Beschreibung der Simulationsverfahren verzichtet und nur ein Überblick über die verwendeten Verfahren gegeben. Ausgehend von der zweidimensionalen Transistorstruktur wird die Ortsdiskretisierung des normierten Differentialgleichungssystems beschrieben. Die so erhaltenen Differenzengleichungen werden unter Anwendung des Newton-Verfahrens iterativ gelöst. Die Beschreibung des Transistors kann hierbei als Gleichstrom-, Transient-, oder Kleinsignalanalyse erfolgen. Grundlage für die Beschreibung des Transistors ist dessen Dotierungsprofil. Das Profil und die Daten der in dieser Arbeit untersuchten schnellen Bipolartransistoren werden in Kapitel 3.4 vorgestellt. Anschließend werden wichtige Ergebnisse der ein- und zweidimensionalen numerischen Simulation zusammengestellt und diskutiert.

3.1 Gleichungssystem in normierter Form

Um bei Lösung des Differentialgleichungssystems redundante Multiplikationen und Divisionen zu vermeiden, wird mit normierten Größen gerechnet. Hierbei wird, wie in Tabelle 3.1. gezeigt, jede der dimensionsbehafteten Variablen durch eine entsprechende Bezugsgröße normiert.

Physikalische Größe	Symbol	Bezugsgröße
Ortskoordinaten	x, y	$L_D = \sqrt{\epsilon U_T / q n_{i0}}$
Potentiale	Ψ, ϕ_p, ϕ_n	U_T
Spannungen	U_{BE}, U_{BC}, U_{CE}	U_T
Störstellenkonzentrationen	N, N_t	n_{i0}
Trägerdichten	p, n, n_{ie}	n_{i0}
Elektrische Feldstärke	E	U_T / L_D
Stromdichten	j_p, j_n	$J_0 = q L_D n_{i0} / s$
Beweglichkeiten	μ_p, μ_n	$L_D^2 / U_T s$
Rekombinationsrate	R	n_{i0} / s
Trägerlebensdauer	τ_p, τ_n	s
Zeiten	t	s

Tabelle 3.1.: Normierungsgrößen

Diese Normierung ist auch für die folgende Beschreibung der numerischen Simulationsverfahren sinnvoll. Das zu lösende Differentialgleichungssystem erhält dann folgende Form:

$$\nabla^2 \Psi = p - n + N \quad (3.1)$$

$$\operatorname{div} j_p = -R - \frac{dp}{dt} \quad (3.2)$$

$$\operatorname{div} j_n = +R + \frac{dn}{dt} \quad (3.3)$$

mit

$$j_p = -\mu_p p \operatorname{grad} \phi_p \quad (3.4)$$

$$j_n = -\mu_n n \operatorname{grad} \phi_n \quad (3.5)$$

und

$$p = n_{ie} \exp (\phi_p - \Psi) \quad (3.6)$$

$$n = n_{ie} \exp (\Psi - \phi_n) \quad (3.7)$$

Die Größen R , μ_p , μ_n , und n_{ie} erhält man durch Normierung der in Kapitel 2 angegebenen Beziehungen. Da Verwechslungen ausgeschlossen werden können, werden hier und im folgenden Teil des Kapitels 3 für die normierten Größen die unveränderten Bezeichnungen verwendet.

Die Gitterpunkte müssen hierbei unterschieden werden in innere Gitterpunkte und Randgitterpunkte. Für die inneren Gitterpunkte sind die Volumengleichungen (2.1-2.3) zu lösen, für die Randpunkte sind die entsprechenden Randbedingungen anzuwenden.

Da die Diskretisierung bereits an anderer Stelle ausführlich beschrieben ist (z.B. /32/) soll hier nur kurz auf die Diskretisierung der Poissongleichung und der beiden Kontinuitätsgleichungen im Inneren der Struktur eingegangen werden. Die Diskretisierung der für den Rand anzuwendenden Beziehungen erfolgt in ähnlicher Weise /32/.

Die Herleitung der Differenzengleichungen erfolgt für den allgemeinen zweidimensionalen Fall. Die hierbei gewonnenen Beziehungen können leicht durch Vernachlässigung der y-Abhängigkeit zu den für den eindimensionalen Fall gültigen Gleichungen vereinfacht werden.

Jedem inneren Gitterpunkt (x_i, y_j) der Transistorstruktur wird nach Bild 3.2 ein Gebiet G_{ij} mit der Fläche A_{ij} zugeordnet, das durch die jeweils in der Mitte zweier Gitterpunkte liegenden Linien

$$x = x_M = x_i - x_{DM}/2$$

$$x_{DM} = x_i - x_{i-1}$$

$$x = x_P = x_i + x_{DP}/2$$

$$x_{DP} = x_{i+1} - x_i$$

$$y = y_M = y_j - y_{DM}/2$$

$$y_{DM} = y_j - y_{j-1}$$

$$y = y_P = y_j + y_{DP}/2$$

$$y_{DP} = y_{j+1} - y_j$$

begrenzt ist. Die Fläche A_{ij} beträgt

$$A_{ij} = x_{Di} y_{Dj}$$

mit

$$x_{Di} = (x_{i+1} - x_{i-1})/2$$

$$y_{Dj} = (y_{j+1} - y_{j-1})/2$$

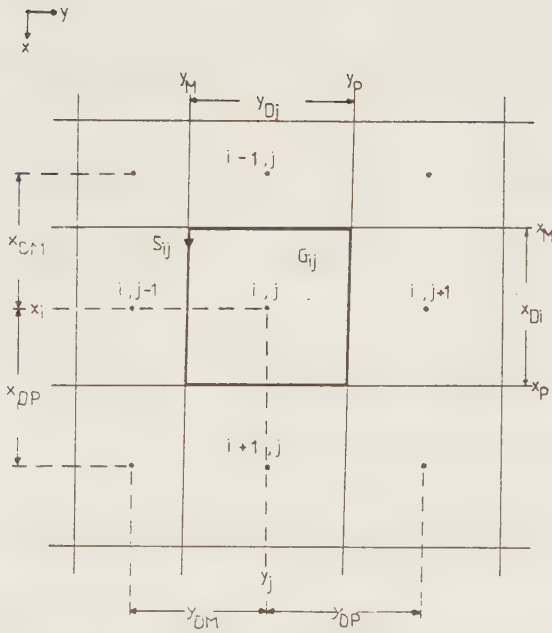


Bild 3.2: Umgebung des Gitterpunktes (i, j) .

Für dieses Gebiet G_{ij} werden im folgenden die Poisson-Gleichung und die beiden Kontinuitätsgleichungen diskretisiert. Man erhält drei Differenzengleichungen, welche das Potential und die Quasifermipotentiale am Punkt (x_i, y_j) mit den Werten an den vier Nachbarpunkten verknüpfen.

Die normierte Poisson-Gleichung lautet im zweidimensionalen Fall:

$$\nabla^2 \psi = - (p - n + N) \quad (3.8)$$

Durch beidseitige doppelte Integration über die Fläche A_{ij} folgt:

$$\int_{A_{ij}} \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) dx dy = \int_{A_{ij}} (p - n + N) dx dy \quad (3.9)$$

Hierbei sind E_x und E_y die Beträge der Feldstärken in x- bzw. y-Richtung.

Das linke Integral kann mit den Greenschen Integralsatz in ein Linienintegral umgeformt werden

$$\int_{A_{ij}} \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) dx dy = \oint_{S_{ij}} E_x dy - E_y dx \quad (3.10)$$

wobei S_{ij} der im umgekehrten Sinn des Uhrzeigers zu umlaufende Rand von G_{ij} ist. (vgl. Bild 3.2).

Mit den Feldstärken E_{xm} , E_{xp} , E_{ym} und E_{yp} am Rand des Gebietes erhält man für das Kurvenintegral

$$\oint_{S_{ij}} E_x dy - E_y dx = (E_{xp} - E_{xm}) y_{Dj} + (E_{yp} - E_{ym}) x_{Di} \quad (3.11)$$

Für die Poisson-Gleichung gilt dann:

$$\frac{E_{xp} - E_{xm}}{x_{Di}} + \frac{E_{yp} - E_{ym}}{y_{Dj}} = \frac{1}{A_{ij}} \int_{A_{ij}} (p - n + N) dx dy \quad (3.12)$$

Aus dieser, für den zweidimensionalen Fall ohne Einschränkung gültigen Beziehung, erhält man durch Einführen der Näherungen

$$\begin{aligned} E_{xM} &= - \frac{\Psi_{i,j} - \Psi_{i-1,j}}{x_{DM}} \\ E_{xp} &= - \frac{\Psi_{i+1,j} - \Psi_{i,j}}{x_{DP}} \\ E_{yM} &= - \frac{\Psi_{i,j} - \Psi_{i,j-1}}{y_{DM}} \\ E_{yp} &= - \frac{\Psi_{i,j+1} - \Psi_{i,j}}{y_{DP}} \end{aligned} \quad (3.13)$$

und

$$\frac{1}{A_{ij}} \int_{A_{ij}} (p - n + N) \, dx \, dy = p_{ij} - n_{ij} + N_{ij} \quad (3.14)$$

eine Differenzengleichung, welche das Potential am Punkt (x_i, y_j) mit den Potentialen an den vier Nachbarpunkten verknüpft:

$$\frac{E_{xp} - E_{xM}}{x_{Di}} + \frac{E_{yp} - E_{yM}}{y_{Dj}} = p_{ij} - n_{ij} + N_{ij} \quad (3.15)$$

Die Kontinuitätsgleichungen lauten in normierter zweidimensionaler Form:

$$\frac{\partial j_{nx}}{\partial x} + \frac{\partial j_{ny}}{\partial y} = + R + \frac{dn}{dt} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial j_{px}}{\partial x} + \frac{\partial j_{py}}{\partial y} = - R - \frac{dp}{dt} \quad (3.17)$$

Hierbei sind j_{nx} , j_{ny} , j_{px} , j_{py} die Stromdichten in x- bzw. y-Richtung. Die Diskretisierung von (3.16) und (3.17) erfolgt in analoger Weise zur Diskretisierung von (3.8). Man erhält im Gebiet G_{ij} :

$$\frac{j_{nxp} - j_{nXM}}{x_{Dj}} + \frac{j_{nyp} - j_{nYM}}{y_{Di}} = + R_{ij} + \frac{dn_{ij}}{dt} \quad (3.18)$$

bzw.

$$\frac{j_{nXP} - j_{nXM}}{x_{Dj}} + \frac{j_{nYP} - j_{nYM}}{y_{Di}} = - R_{ij} - \frac{dp_{ij}}{dt} \quad (3.19)$$

Für die Elektronen- bzw. Löcherstromdichte gilt:

$$j_n = - \mu_n n \text{ grad } \phi_n \quad (3.20)$$

$$j_p = - \mu_p p \text{ grad } \phi_p \quad (3.21)$$

mit

$$n = n_{ie} \exp (\Psi - \phi_n) \quad (3.22)$$

$$p = n_{ie} \exp (\phi_p - \Psi) \quad (3.23)$$

Die naheliegende, der Diskretisierung der Poissongleichung entsprechende Näherung

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\Delta \phi}{\Delta x}, \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\Delta \phi}{\Delta y}, \quad p = p_{ij}, \quad n = n_{ij} \quad (3.24)$$

ist für die Diskretisierung der Kontinuitätsgleichungen ungünstig, da der dann vorausgesetzte lineare Verlauf der Quasi Fermipotentiale zwischen zwei Gitterpunkten mit

$$j_n = \mu_n n_{ie} \exp(\Psi - \phi_n) \text{grad } \phi_n \quad (3.25)$$

$$j_p = \mu_p n_{ie} \exp(\phi_p - \Psi) \text{grad } \phi_p \quad (3.26)$$

eine exponentielle Änderung der Stromdichte zur Folge hat. Tatsächlich ist die Änderung der Stromdichte zwischen zwei Gitterpunkten jedoch relativ gering.

Besser ist es, unter Einführung der Größen

$$\xi_n = \exp(-\phi_n) \quad (3.27)$$

$$\xi_p = \exp(+\phi_p) \quad (3.28)$$

mit

$$\frac{d\phi_n}{dx} = -\frac{1}{\xi_n} \frac{d\xi_n}{dx}, \quad \frac{d\phi_n}{dy} = -\frac{1}{\xi_n} \frac{d\xi_n}{dy} \quad (3.29)$$

$$\frac{d\phi_p}{dx} = \frac{1}{\xi_p} \frac{d\xi_p}{dx}, \quad \frac{d\phi_p}{dy} = \frac{1}{\xi_p} \frac{d\xi_p}{dy} \quad (3.30)$$

die Stromgleichungen in Abhängigkeit von ξ_n und ξ_p darzustellen:

$$j_n = +\mu_n n_{ie} \exp(+\Psi) \text{grad } \xi_n \quad (3.31)$$

$$j_p = -\mu_p n_{ie} \exp(-\Psi) \text{grad } \xi_p \quad (3.32)$$

Unter der Annahme, daß die Stromdichten und die Feldstärke zwischen zwei Punkten konstant ist, d. h. eine Änderung nur an den Stützpunkten auftritt, können die Ströme am Rand des Gebietes G_{ij} , wie im folgenden für die Ströme j_{nxM} und j_{pxM} gezeigt, berechnet werden.

Durch Umformung von (3.30) und (3.31) und anschließende Integration erhält man

$$\int_{x_{i-1}}^x d\xi = \xi_{ni,j} - \xi_{ni-1,j} = \int_{x_{i-1}}^x \frac{j_{nxM}}{\mu_n n_{ie} \exp(+\Psi)} dx \quad (3.33)$$

Für die Beweglichkeit μ_n und die Eigenleitungsdichte n_{ie} werden Mittelwerte vor das Integral gezogen:

$$\mu_{n \times M} = \frac{\mu_{n0 \times M}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu_{n0 \times M}}{v_{satn}} (\phi_{ni,j} - \phi_{ni-1,j}) \right)^2}} \quad (3.34)$$

$$\mu_{n0 \times M} = \frac{1}{2} (\mu_{noi-1,j} + \mu_{noi,j}) \quad (3.35)$$

$$n_{ie \times M} = \frac{1}{2} (n_{ie i-1,j} + n_{ie i,j}) \quad (3.36)$$

Mit der Näherung

$$\begin{aligned} \int_{\psi_{i-1}}^{\psi_i} \exp(-\Psi) d\psi &= \int_{\psi_{i-1}}^{\psi_i} \exp(-\Psi) \frac{d\psi}{d\psi} d\psi \\ &= \frac{-1}{E_{xM}} \int_{\psi_{i-1}}^{\psi_i} \exp(-\Psi) d\psi \\ &= - \frac{x_{DM}}{\psi_{i,j} - \psi_{i-1,j}} (\exp(-\psi_{i,j}) - \exp(-\psi_{i-1,j})) \end{aligned} \quad (3.37)$$

folgt dann für die Elektronenstromdichte:

$$j_{n \times M} = - \mu_{n \times M} n_{ie \times M} \frac{\psi_{i,j} - \psi_{i-1,j}}{\exp(-\psi_{i,j}) - \exp(-\psi_{i-1,j})} \frac{\xi_{ni,j} - \xi_{ni-1,j}}{x_{DM}}$$

Die Löcherstromdichte erhält man mit (3.38)

$$\mu_{p \times M} = \frac{\mu_{p0 \times M}}{1 + \frac{\mu_{p0 \times M}}{v_{satp}} |\phi_{pi,j} - \phi_{pi-i,j}|} \quad (3.39)$$

$$\mu_{p0 \times M} = \frac{1}{2} (\mu_{p0}(x_i, y_j) + \mu_{p0}(x_{i-1}, y_j)) \quad (3.40)$$

in entsprechender Weise:

$$j_{pxM} = -\mu_{pxM} n_{iexM} \frac{\psi_{i,j} - \psi_{i-1,j}}{\exp(\psi_{i,j}) - \exp(\psi_{i-1,j})} \frac{\xi_{pi,j} - \xi_{pi-1,j}}{x_{DM}} \quad (3.41)$$

Durch Einsetzen dieser Stromdichten in (3.18) bzw. (3.19) entstehen Differenzengleichungen, welche, in ähnlicher Weise wie die diskretisierte Poissongleichung, die Quasifermpotentiale am Punkt (x_i, y_j) mit den Quasifermpotentialen an den vier Nachbarpunkten verknüpfen.

Diese Beziehungen gelten für das Innere des Transistors. Die für den Rand der Struktur anzuwendenden diskretisierten Beziehungen erhält man in einfacher Weise aus den in Kapitel 2.2 angegebenen Randbedingungen.

Die diskretisierten Grundgleichungen und Randbedingungen können durch ein gemeinsames Gleichungssystem

$$A \vec{v} = \vec{R} \quad (3.42)$$

für den aus den Potentialen (ψ, ϕ_p, ϕ_n) an den einzelnen Gitterpunkten bestehenden Variablenvektor $\vec{v}$ dargestellt werden. Hierbei stellt $\vec{R}$ die durch die Raumladung, Rekombinationsrate und die Zeitabhängigkeit der Elektronen- und Löcherdichte bestimmte "rechte Seite" des Gleichungssystems dar. Die Matrix A weist nur fünf besetzte Diagonalen auf und beschreibt unter Zugrundelegung von (3.15), (3.18), (3.19) bzw. den Randbedingungen die Kopplung der Potentiale an den Gitterpunkten mit den jeweiligen vier Nachbarpunkten.

Durch Umstellung von (3.42) erhält man das zu lösende Gleichungssystem in der Form

$$\vec{F} = A \vec{v} - \vec{R} = \vec{0} \quad (3.43)$$

3.3 Lösung des Differenzengleichungssystems

Zur Lösung des Gleichungssystems $\vec{F}(\vec{v}) = \vec{0}$ wird ein modifiziertes Newton-Verfahren verwendet. Hierzu muß zunächst eine Startlösung $\vec{v}_0$ für das Gleichungssystem vorhanden sein, die durch geeignete vereinfachende Annahmen (z.B. thermodynamisches Gleichgewicht) oder aus den Potentialwerten in einem bereits berechneten Arbeitspunkt gewonnen werden kann.

Ist $\vec{v}$ die exakte Lösung des Systems, so kann mit

$$\vec{0} = \vec{F}(\vec{v}) = \vec{F}(\vec{v}_0 + \Delta\vec{v}) \approx \vec{F}(\vec{v}_0) + F'(\vec{v}_0) \Delta\vec{v} \quad (3.44)$$

durch lineare Näherung ein Korrekturwert für $\vec{v}_0$ berechnet werden. Die Matrix $F'(\vec{v}_0)$ ist hierbei die Funktionalmatrix (Jacobimatrix) des Systems.

Das zur Bestimmung von $\Delta\vec{v}$ zu lösende Gleichungssystem

$$\vec{F}(\vec{v}_0) + F'(\vec{v}_0) \Delta\vec{v} = \vec{0} \quad (3.45)$$

wird im zweidimensionalen Fall durch entsprechende iterative Verfahren gelöst. Eine direkte Gauß-Elimination ist nur im eindimensionalen Fall zweckmäßig, da hier infolge der tridiagonalen Form der Matrix F' keine zusätzliche Auffüllung der Zeilen und Spalten entstehen. Zur Lösung des, im zweidimensionalen Fall fünf besetzte Diagonalen enthaltenden Systems, müssen iterative Verfahren verwendet werden. In dieser Arbeit wurde hierfür das in /35/ beschriebene "successive line overrelaxation" -Verfahren (SLOR) angewandt.

Durch Addition der durch die Lösung von (3.45) erhaltenen Korrektur $\Delta\vec{v}$ erhält man eine gegenüber $\vec{v}_0$ verbesserte Lösung des Systems, für die man wieder der Vektor $\vec{F}$ und die Matrix F' und einen neuen Korrekturwert $\Delta\vec{v}$ berechnet. Dieses Verfahren wird solange fortgesetzt, bis (bei Konvergenz) die Korrekturen vernachlässigbar klein geworden sind.

Um die Konvergenz des eigentlichen Newton-Verfahrens für Anfangslösungen die weit von der exakten Lösung des Systems entfernt sind zu verbessern, werden hierbei die Beträge der auszuführenden Potentialkorrekturen auf den doppelten Wert der Temperaturspannung U_{∞} begrenzt.

Bei Konvergenz des Newton-Verfahrens können dann die interessierenden Größen aus den Potentialwerten berechnet werden. So erhält man z.B. die Klemmenströme durch Aufsummierung der Stromdichten nach (3.38) bzw. (3.41).

Je nach Art der gewünschten Simulation ergeben sich Abweichungen von dem beschriebenen Lösungsweg. Sie sollen im folgenden kurz skizziert werden. Eine genauere Beschreibung der Verfahren ist in der angegebenen Literatur /25-/44/ zu finden.

Im statischen Fall verschwinden die Terme dp/dt und dn/dt . Die Lösung des Gleichungssystems erfolgt wie beschrieben.

Für die Transient-Analyse muß eine zusätzliche Iterationsschleife zur Berechnung von dp/dt und dn/dt vorgesehen werden. Der interessierende Zeitbereich wird hierbei, entsprechend zur Ortsdiskretisierung, in diskrete Zeitintervalle unterteilt. Für diese Zeitintervalle werden die Differentialquotienten in Differenzenquotienten umgeformt:

$$\frac{dp}{dt} \approx \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p(t_k) - p(t_{k-1})}{t_k - t_{k-1}}$$

$$\frac{dn}{dt} \approx \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{n(t_k) - n(t_{k-1})}{t_k - t_{k-1}}$$

Hierbei sind $p(t_k)$ und $n(t_k)$ die Dichten zum aktuellen Zeitpunkt t_k , $p(t_{k-1})$ und $n(t_{k-1})$ bezeichnen die Dichten am vorhergehenden Zeitpunkt. Ausgehend von einem Schätzwert für $p(t_k)$ und $n(t_k)$ wird dann das Newton-Iterationsverfahren solange wiederholt, bis die Änderung von $p(t_k)$ und $n(t_k)$ vernachlässigbar klein wird.

Bei der Kleinsignalanalyse ist der Großsignalwert von $\vec{v}$ im Arbeitspunkt (im folgenden als $\vec{v}_{DC}$ bezeichnet) durch einen komplexen Kleinsignalwert $\vec{v}_{AC}$ mit verschwindend kleiner Amplitude $\vec{v}_{AC0}$ und der Frequenz ω überlagert:

$$\vec{v} = \vec{v}_{DC} + \vec{v}_{AC} \quad (3.44)$$

mit

$$\vec{v}_{AC} = \vec{v}_{ACO} \exp(j \omega t) \quad \vec{v}_{ACO} \rightarrow \vec{0}$$

Weiterhin werden die Randbedingungen durch Addition komplexer Kleinsignal-Steuer-Spannungen verändert. Für die zeitabhängigen Terme dp/dt und dn/dt erhält man durch Laplace-Transformation:

$$\frac{dp}{dt} \rightarrow j \omega p \quad \frac{dn}{dt} \rightarrow j \omega n$$

Die "rechte Seite" des Gleichungssystems (3.42) kann damit in einen statischen Anteil $\vec{R}_{DC}$ und einen frequenzabhängigen Anteil $\vec{R}_{AC}$ (der die komplexen Kleinsignal-Randbedingungen und die Terme $j\omega p$ und $j\omega n$ enthält) unterteilt werden. Die Matrix A bleibt unverändert. Die zu lösende Gleichung

$$\vec{F} = A (\vec{v}_{DC} + \vec{v}_{AC}) - (\vec{R}_{DC} + \vec{R}_{AC}) = \vec{0} \quad (3.45)$$

besteht dann aus einem reellen statischen Anteil und einem komplexen Kleinsignal-Anteil:

$$\vec{F} = \vec{F}_{DC} + \vec{F}_{AC} = \vec{0} \quad (3.46)$$

mit

$$\vec{F}_{DC} = A \vec{v}_{DC} - \vec{R}_{DC} \quad (3.47)$$

$$\vec{F}_{AC} = A \vec{v}_{AC} - \vec{R}_{AC} \quad (3.48)$$

Zur Kleinsignalanalyse wird für den gewählten Arbeitspunkt zuerst das statische Gleichungssystem (3.47) gelöst. Nach Konvergenz des Newton-Verfahrens gilt dann $\vec{F}_{DC} = \vec{0}$.

Anschließend wird mit Hilfe der komplexen Rechnung das System (3.48) für die Kleinsignalgrößen der Potentiale gelöst. Mit dem resultierenden Vektor $\vec{V}_{AC}$ können dann die interessierenden Kleinsignalwerte berechnet werden.

Die angegebenen Beziehungen gelten für den allgemeinen (dreidimensionalen) Fall. Oft ist zur Beschreibung des Transistors die Betrachtung des Stromflusses in vertikaler Richtung (x-Richtung) ausreichend. Bei dieser eindimensionalen Simulation verschwinden die Terme $\frac{\partial}{\partial y}$ und $\frac{\partial}{\partial z}$ und die Gleichungen werden (wie in Kapitel 2.4 gezeigt) stark vereinfacht. Entsprechend ist der zur eindimensionalen Simulation benötigte Aufwand an Rechenzeit und Speicherplatz sehr viel geringer.

3.4. Dotierungsprofil

Vorraussetzung für die exakte numerische Beschreibung des Transistors ist die genaue Kenntnis des Dotierungsprofils. Es muß mit großer Sorgfalt bestimmt werden. Die hierzu verwendeten Verfahren werden im Anhang näher beschrieben.

Der in dieser Arbeit für die numerische Simulation zugrunde gelegte Bipolartransistor hat folgende Daten:

Eindringtiefe des Emitters:	$x_{jE} = 0,25 \mu\text{m}$
Eindringtiefe der Basis:	$x_{jB} = 0,5 \mu\text{m}$
Effektive Weite der Epitaxiezone: (definiert durch den Anstieg der Grundkonzentration auf $N = 2 N_{Epi}$)	$w_{Epi} = 0,5 \mu\text{m}$
Schichtwiderstand der Emitterzone:	$r_{SE} = 20 \Omega/\square$
Schichtwiderstand der Basis unter dem Emitter (innere Basis):	$r_{Sbi} = 10 \text{ K}\Omega/\square$
Schichtwiderstand der äußeren Basis:	$r_{SBa} = 710 \Omega/\square$
Spezifischer Widerstand der Epitaxiezone:	$\rho_{Epi} = 0,4 \Omega\text{cm}$
Spezifischer Widerstand der Substratzone:	$\rho_{sub} = 3 \text{ m}\Omega\text{cm}$

Diese Daten entsprechen der am Institut für Elektronik der Ruhr Universität Bochum vorhandenen Technologie zur Herstellung schneller integrierter Bipolartransistoren. Bedingt durch die für schnelle Bipolartransistoren typischen geringen Eindringtiefen des Emitters und der Basis sowie die geringe Weite der Epitaxiezone liegt die mit dieser Technologie erzielbare Transitfrequenz im Bereich von 7 GHz.

Das aus diesen Daten und den Ergebnissen der SIMS- und C(U)-Messungen (vgl. Anhang) ermittelte Dotierungsprofil wird (mit minimalen Abweichungen zur Messung) durch die folgenden Gleichungen beschrieben. Die Dotierungskonzentration entspricht hierbei der Anzahl der aktivierten Dotierungsatome.

Dotierungsprofil:

Nettodotierungsdichte:

$$N(x,y) = N_{DE}(x,y) - N_{AB}(x,y) + N_{DC}(x,y)$$

Gesamtdotierungsdichte:

$$N_t(x,y) = N_{DE}(x,y) + N_{AB}(x,y) + N_{DC}(x,y)$$

Arsenprofil (Donatorprofil, Emitter):

$$N_{DE}(x,y) = N_{E0} \exp \left(-\left(\frac{x}{L_E}\right)^{P_E} \right) \quad \begin{array}{ll} x > 0, & y \leq 1 \mu\text{m} \\ x > 0,285 \mu\text{m}, & y > 1 \mu\text{m} \end{array}$$

$$N_{E0} = 1,88964 \cdot 10^{20} \text{ cm}^{-3}$$

$$L_E = 0,21 \mu\text{m}$$

$$P_E = 8,5475$$

$$N_{DE}(x,y) = 0 \quad x \leq 0,285 \mu\text{m}, y > 1 \mu\text{m}$$

Borprofil (Akzeptorprofil, Basis):

$$N_{AB}(x,y) = N_{AB1}(x,y) + N_{AB2}(x,y)$$

$$N_{AB1}(x,y) = N_{B10} \exp \left(-\left(\frac{x}{L_{B1}}\right)^{P_{B1}} \right) \quad x \leq 0,256 \mu\text{m}, y > 0$$

$$N_{B10} = 3,56639 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

$$L_{B1} = 0,17 \mu\text{m}$$

$$P_{B1} = 1,85842$$

$$N_{AB2}(x,y) = N_{B20} \exp \left(-\left(\frac{x - x_{B2}}{L_{B2}}\right)^{P_{B2}} \right) \quad x > 0,256 \mu\text{m}, y > 0$$

$$N_{B20} = 4,62807 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

$$L_{B2} = 0,09 \mu\text{m}$$

$$P_{B2} = 1,43816$$

$$x_{B2} = 0,285 \mu\text{m}$$

Substratprofil (Donatorprofil, Kollektor):

$$N_{DC}(x, y) = N_{Epi} + \frac{N_{Sub} - N_{Epi}}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x_{SO} - x}{L_S}\right) \quad x \geq 0, y \geq 0$$

$$N_{Epi} = 1,4 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_{Sub} = 2,0 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

$$L_S = 0,138317 \text{ } \mu\text{m}$$

$$x_{SO} = 1,31248 \text{ } \mu\text{m}$$

Für den eindimensionalen Fall ($y = 0$) zeigt Bild 3.3 die resultierenden Verläufe der Akzeptor- und Donatorkonzentration.

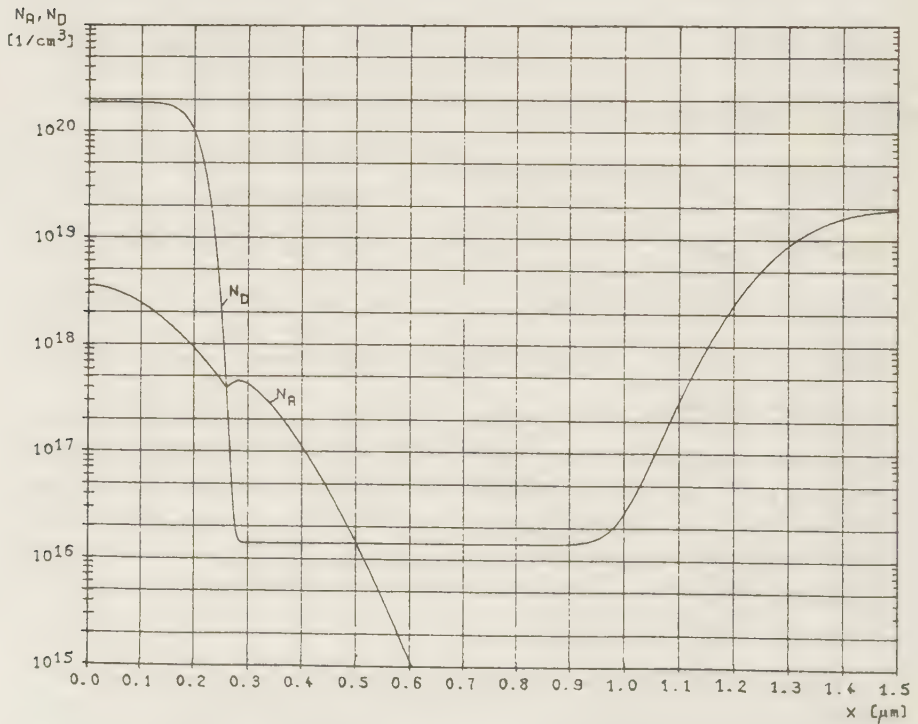


Bild 3.3: Akzeptor- und Donatorkonzentration.

Man erkennt, daß das Borprofil (Akzeptordichte) eine "Delle" im Bereich des BE-Übergangs aufweist. Sie wird durch die bei der Herstellung der Emitterzone entstehende Wechselwirkung zwischen den Arsen- und Boratomen hervorgerufen. Die hierbei auftretenden Mechanismen sind in /83/, /84/ näher beschrieben. Das Donatorprofil fällt am BE-Übergang relativ steil auf den Wert der Epitaxiekonzentration ab, um am Kollektor-Substrat-Übergang mit deutlich geringerer Steigung auf den Wert der Substratdotierung anzusteigen.

Die Verläufe der sich hieraus ergebenden Netto- bzw. Gesamtdotierungskonzentration sind in Bild 3.4 eingetragen.

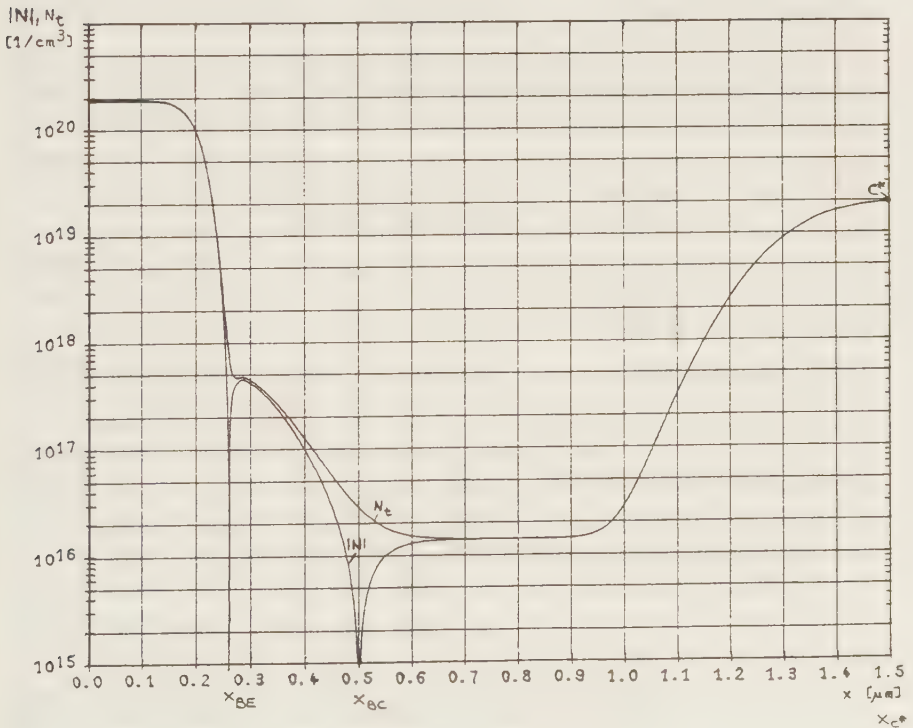


Bild 3.4: Netto- und Gesamtdotierungsdichte.

Die sich aus (2.23) und aus (2.38) mit $N = N_t$ ergebenden Ortsabhängigkeiten der Ladungsträgerbeweglichkeiten und der effektiven Eigenleitungsdichte zeigen die Bilder 3.5 und 3.6.

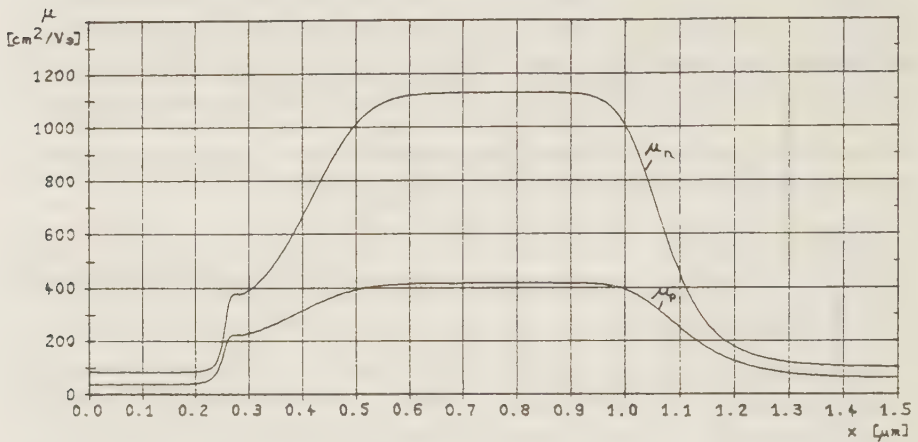


Bild 3.5: Elektronen- und Löcherbeweglichkeit.

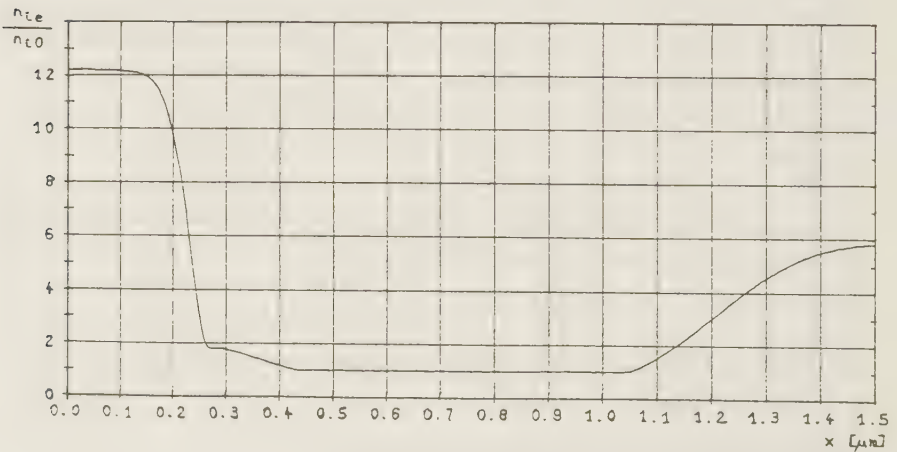


Bild 3.6: Effektive Eigenleitungsdichte.

Das in dieser Arbeit vorgestellte Modell ist für integrierte Bipolartransistoren gültig. Hierbei interessiert insbesondere das Verhalten des "inneren" Transistors, d.h. der Transistorstruktur unterhalb der Emitterzone. Der Einfluß der äußeren Transistorzonen (äußere Bahnwiderstände und Sperrschichtkapazitäten) ist hier von geringerem Interesse. Dieser Beschränkung auf eine genaue Beschreibung des "eigentlichen" Transistors, wird auch bei der zur numerisch exakten Simulation zugrundegelegten Transistorstruktur Rechnung getragen.

Der Spannungsabfall am (bei integrierten Transistoren relativ hohen) äußeren Kollektorbahnwiderstand führt bei den betrachteten hohen Stromdichten zu einem deutlichen Unterschied zwischen der Klemmenspannung und der an der Kollektor-Emitter-Strecke des eigentlichen Transistors anliegenden Spannung. Weiterhin beeinflusst die durch das Produkt aus äußerem Kollektorbahnwiderstand und äußerer CB-Sperrschichtkapazität gebildete relativ hohe Zeitkonstante τ_{RCa} das dynamische Verhalten des Transistors in nicht zu vernachlässigender Weise. Aus diesen Gründen wurden für die Entwicklung und Überprüfung des Modells Transistoren in nicht-integrierter Technik verwendet. Der Substratwiderstand der auf einem stark Arsen-dotierten Substrat realisierten Transistoren ($\rho_{Sub} = 3 \text{ m}\Omega\text{cm}$) ist mit $R_{Sub} = 1,75\Omega$ für einen Transistor mit den Emitterabmessungen $A_E = 2,15 \times 23,2 \mu\text{m}^2$ sehr viel kleiner als in entsprechender integrierter Technik.

Da die exakte Berücksichtigung dieses Substratwiderstandes (spreading resistance) in der zweidimensionalen numerischen Simulation nur einen relativ hohen numerischen Aufwand erfordert, der Einfluß von R_{Sub} auf das Transistorverhalten jedoch gering ist, wird hierauf verzichtet. Das zugrundegelegte Dotierungsprofil endet daher in vertikaler Richtung nach Erreichen der Substrat-dotierung N_{Sub} ($x = 1,5 \mu\text{m}$, Punkt C* in Bild 3.4).

Zur Verringerung des äußeren Basisbahnwiderstandes weisen die hergestellten Bipolartransistoren im Bereich des äußeren Transistors eine zusätzliche starke p-Dotierung auf. Diese Leitbasis wird bei der Simulation nicht berücksichtigt. Da beim simulierten Transistor der Abstand zwischen Basiskontakt und Emitter kleiner ist, sind dennoch die äußeren Basisbahnwiderstände in vergleichbarer Größenordnung.

Zusätzlich zur Injektion im Bodenbereich des Emitters tritt beim realen Transistor eine Randinjektion am seitlichen Emitterrand auf. Wie in /87/ für kleine Ströme gezeigt wird, kann der so entstehende relativ kleine Randanteil des Elektronenstroms (ca.10%) bei der Simulation durch eine entsprechende Erhöhung der zugrundegelegten Emitterfläche berücksichtigt werden. Der Randanteil des Basisstroms steht für kleine Ströme in einem konstanten Verhältnis zu dem in den inneren Transistor fließenden Anteil /87/. Er kann durch eine zusätzliche äußere BE-Diode beschrieben werden. Unter der berechtigten Annahme, daß sich diese Verhältnisse auch nach Erreichen des Hochstrombereiches nicht ändern und daß die durch die Randinjektion hervorgerufene Minoritätenladung (Randladung) die gleiche Strom- und Spannungsabhängigkeit aufweist wie die Minoritätenladung des "inneren" Transistors, kann auf die numerisch exakte Beschreibung des Emitterrandes verzichtet werden.

Anstelle des, nur mit hohem Aufwand an Speicherplatz (Diskretisierungspunkte) und Rechenzeit zu beschreibenden lateralen Emitter-Basis-Dotierungsprofils wurde daher eine in vertikaler Richtung verlaufende (in Bild 3.1 gekennzeichnete) Isolationsschicht angenommen. Für den horizontalen Rand der Emitterzone bzw. den entsprechenden Bereich der äußeren Basis wurden hierbei die, einem idealen Isolator entsprechenden Randbedingungen (2.22 a-c) verwendet. Beide Zonen sind so vollständig voneinander entkoppelt; eine Randinjektion kann nicht stattfinden. Die Stromverstärkung der so beschriebenen zweidimensionalen Transistorstruktur entspricht daher außerhalb des Hochstrombereiches der des eindimensionalen Transistors.

Das zur numerisch exakten eindimensionalen Simulation zugrundegelegte Dotierungsprofil ist in Bild 3.4 dargestellt. Es entspricht dem Profil des inneren Transistors ($y < 1 \text{ } \mu\text{m}$).

3.5 Simulationsergebnisse

Für die in 3.4 definierte Transistorstruktur wurde eine Vielzahl von ein- und zweidimensionalen numerischen Simulationen durchgeführt. Die Ergebnisse sind im folgenden in Auswahl für die vier CE-Spannungen $U_{CE} = 0,3 \text{ } 0,5 \text{ } 0,8 \text{ und } 1,5 \text{ V}$ dargestellt. Diese Spannungen wurden so gewählt, daß der gesamte für schnelle integrierte Schaltungen relevante Bereich der CE-Spannung überdeckt wird. Sie bestimmen gleichzeitig den überprüften Gültigkeitsbereich des in Kapitel 5 entwickelten analytischen Modells.

Dieses analytische Modell ist für den "eigentlichen" Transistor gültig. Grundlage und Referenz hierfür ist die eindimensionale numerische Simulation. Ergänzend wird die zweidimensionale numerische Simulation zur Beschreibung der in der Transistorstruktur auftretenden zweidimensionalen Effekte (z.B. Auffächerung des Kollektorstroms) eingesetzt.

Sofern nicht anders gekennzeichnet, beziehen sich die gezeigten Diagramme daher auf den eindimensionalen Transistor. Hierbei wurde eine Emitterfläche von $A_E = 100 \text{ } \mu\text{m}^2$ zugrunde gelegt. Die dargestellten Ströme und Ladungen erhält man somit aus den eindimensional berechneten Strom- und Ladungsdichten durch Multiplikation mit dieser Emitterfläche.

Die statischen $I_C(U_{BE})$ - und $I_B(U_{BE})$ -Kennlinien des eindimensionalen Transistors zeigt Bild 3.7. Hier und im folgenden sind die bei konstanter CE-Spannung dargestellten Kurven wie folgt gekennzeichnet:

$$U_1 \triangleq U_{CE} = 0,3 \text{ V} = \text{const.}$$

$$U_2 \triangleq U_{CE} = 0,5 \text{ V} = \text{const.}$$

$$U_3 \triangleq U_{CE} = 0,8 \text{ V} = \text{const.}$$

$$U_4 \triangleq U_{CE} = 1,5 \text{ V} = \text{const.}$$

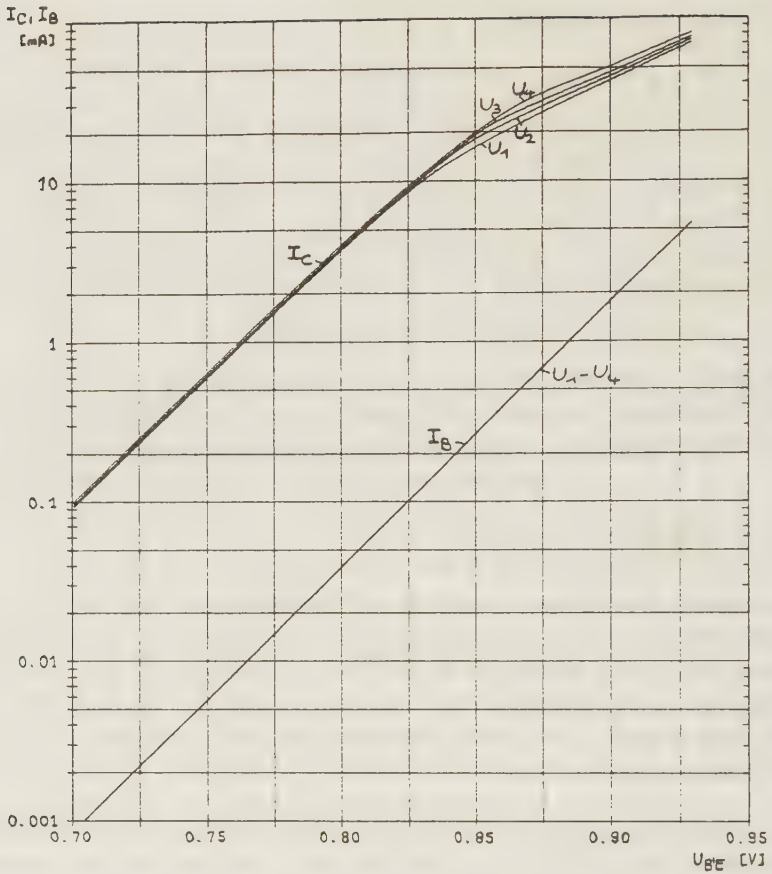


Bild 3.7: $I_C(U_{B,E})$ - und $I_B(U_{B,E})$ - Kennlinien.

Man erkennt, daß der Verlauf des Basisstroms unabhängig vom Wert der CE-Spannung ist. Infolge der niedrigen Rekombinationsrate in der Kollektorzone ist der über die BC-Diode fließende Anteil des statischen Basisstroms sehr klein. Der verbleibende Strom über die BE-Diode ist nur von $U_{B,E}$ abhängig und wird durch die Verhältnisse im BC-Bereich nicht beeinflusst.

Der Kollektorstrom ist außerhalb des Hochstrombereichs im wesentlichen nur durch den Early-Effekt von U_{CE} abhängig. Bei hohen Strömen erreicht die injizierte Minoritätenladung die Größenordnung der Löcherladung im Transistor. Dies bewirkt nach der in Kapitel 4 diskutierten "Integral Charge Control Relation" einen verminderten Anstieg des Kollektorstroms mit der BE-Spannung. Das Umbiegen der Kennlinien wird durch den, für die verschiedenen CE-Spannungen bei unterschiedlichen Strömen einsetzenden Hochstromeffekt verstärkt (Injektion von Löchern in die Kollektorzone, vgl. Kapitel 6).

Die aus dem Verlauf des Kollektor- und Basisstroms resultierende Strom- und Spannungsabhängigkeit der Stromverstärkung B_N ist in Bild 3.8 in logarithmischer und in Bild 3.9 in linearer Form dargestellt. Durch Anpassung der Lebensdauern der SRH-Rekombination wurde hierbei erreicht, daß der Abfall der Stromverstärkung bei kleinen Strömen weitgehend dem gemessenen Abfall der realen Transistoren entspricht. Der bei hohen Strömen auftretende Abfall von B_N ist durch die Zunahme der Löcherladung bedingt.

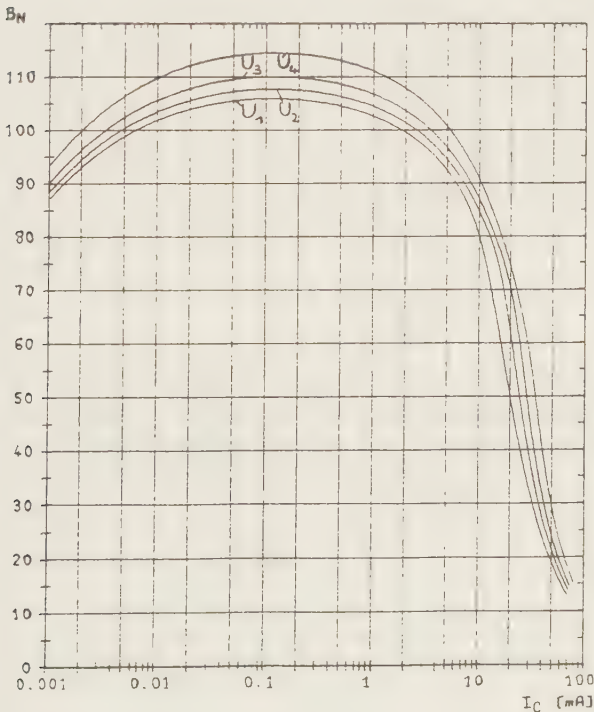


Bild 3.8:
Stromverstärkung B_N .

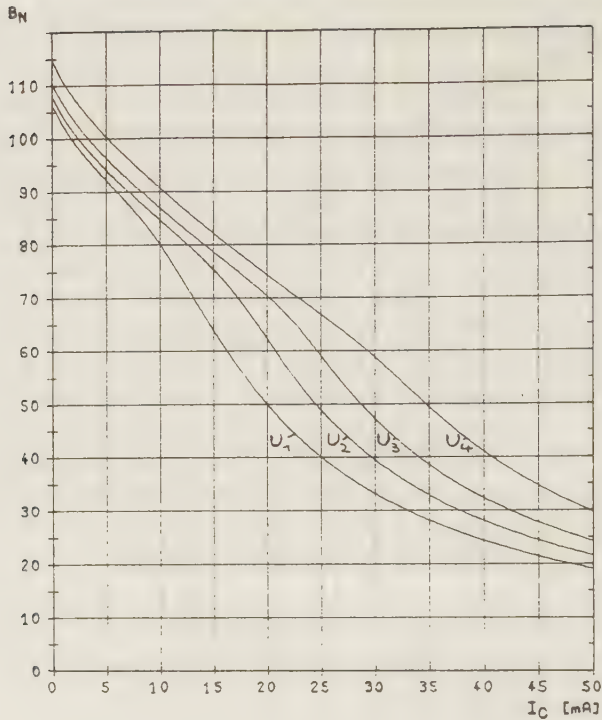


Bild 3.9: Stromverstärkung B_N .

Diese Abnahme der Stromverstärkung bei größeren Strömen ist auch in dem in Bild 3.10 gezeigten Ausgangskennlinienfeld für Ansteuerung mit konstantem Basisstrom zu erkennen. Der Basisstrom des eindimensionalen Transistors wurde hierbei in $20\mu\text{A}$ -Schritten verändert.

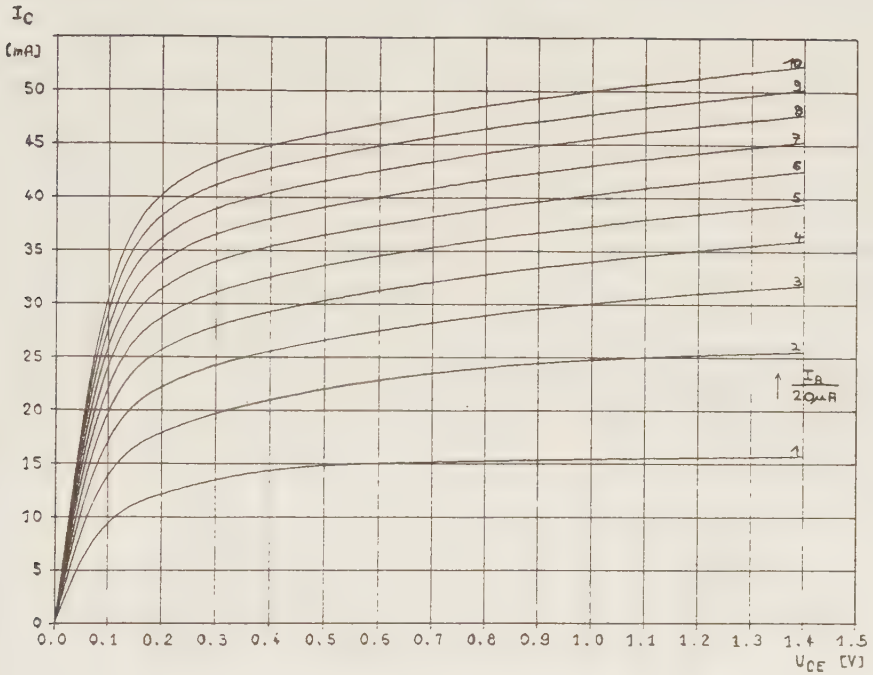


Bild 3.10: Ausgangskennlinienfeld für konstanten Basisstrom.

Für das dynamische Verhalten von großer Bedeutung ist der Wert der Transitfrequenz f_T des Transistors. Sie kann aus der quasistatischen Änderung der Löcherladung mit dem Kollektorstrom berechnet werden (s. Anhang A2).

$$\frac{1}{2\pi f_T} = \frac{1}{\omega_T} = \left. \frac{\partial Q_p}{\partial I_C} \right|_{U_{CE}}$$

Der so bestimmten Verlauf des Kehrwertes von ω_T zeigt Bild 3.11. Man erkennt, daß ω_T sowohl strom- als auch spannungsabhängig ist.

Bei kleinen Strömen überwiegt der Einfluß der Sperrschichtkapazitäten. Sie werden mit zunehmenden Kollektorstrom entsprechend schneller umgeladen, so daß in diesem Bereich $1/\omega_T$ mit größer werdendem Strom abnimmt. Im mittleren Strombereich bestimmt die Änderung der Minoritätenladung Q_m in der Basis- und Emitterzone den Wert der Transitfrequenz. Q_m steigt in diesem Strombereich etwa linear mit dem Kollektorstrom an, so daß hier $1/\omega_T$ nahezu stromunabhängig ist. Ab einem bestimmten, vom Wert der CE-Spannung abhängigen Kollektorstrom steigt $1/\omega_T$ stark an. Dieser Anstieg ist auf die einsetzende Injektion von Löchern in die Kollektorzone zurückzuführen und wird in Kapitel 6 näher erläutert. Bei mittleren Strömen ist die Spannungsabhängigkeit von $1/\omega_T$ durch die bei Erhöhung von U_{CE} auftretende Zunahme der Feldstärke im Basisbereich und die gleichzeitige Verringerung der effektiven Basisweite (Early-Effekt) zu erklären.

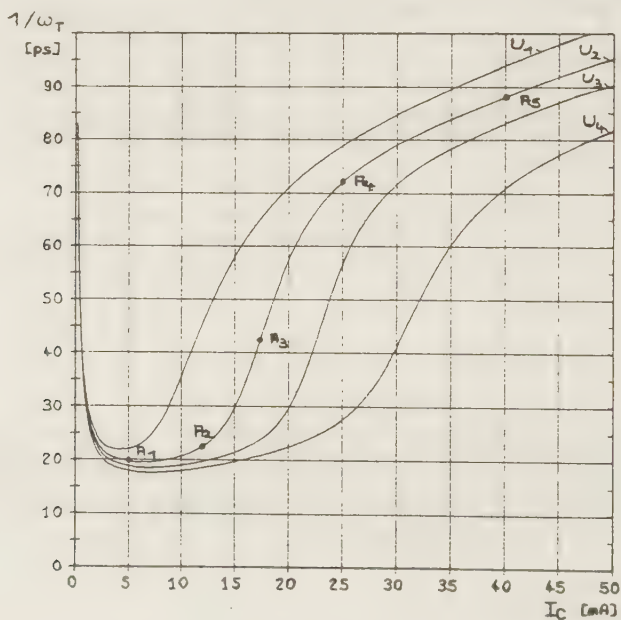


Bild 3.11: Kehrwert der Transitfrequenz ω_T .

Den Einfluß der Sperrschichtladung kann man eliminieren, indem man nur die Änderung der Minoritätenladung Q_m betrachtet. Den Verlauf der durch

$$\tau_N = \frac{\partial Q_m}{\partial I_C} \bigg|_{U_{B'C}}$$

mit

$$Q_m = q A_E \int_{x_E}^{x_C} \frac{p}{n} dx \quad \begin{matrix} p < n \\ n \leq p \end{matrix}$$

definierten Minoritätenzeitkonstanten τ_N zeigt Bild 3.12. Der auch hier zu kleinen Strömen hin auftretende Anstieg von τ_N wird durch einen, im wesentlichen im Bereich des BE-Übergangs gespeicherten, nicht-stromproportionalen Anteil der Minoritätenladung hervorgerufen.

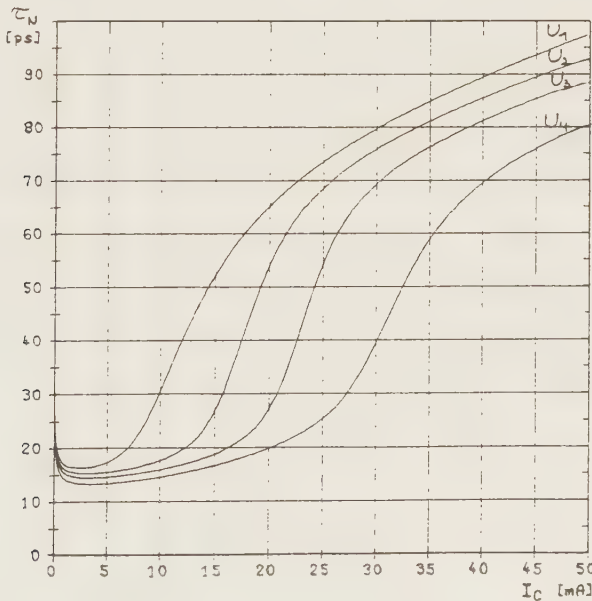


Bild 3.12: Minoritätenzeitkonstante τ_N .

Zur Beschreibung und zum Verständnis des Klemmenverhaltens ist das Studium der in der Transistorstruktur auftretenden Verteilung der Potentiale, Feldstärken und Ladungsträgerdichten sehr nützlich. Im folgenden ist daher für die im Bild 3.11 gekennzeichneten Arbeitspunkte

$$A_1 \hat{=} U_{CE} = 0,5 \text{ V} ; I_C = 5 \text{ mA} ; U_{B,E} = 0,80819 \text{ V} ; I_B = 0,0668 \text{ mA}$$

$$A_2 \hat{=} U_{CE} = 0,5 \text{ V} ; I_C = 12 \text{ mA} ; U_{B,E} = 0,83614 \text{ V} ; I_B = 0,1835 \text{ mA}$$

$$A_3 \hat{=} U_{CE} = 0,5 \text{ V} ; I_C = 17,5 \text{ mA} ; U_{B,E} = 0,85058 \text{ V} ; I_B = 0,3012 \text{ mA}$$

$$A_4 \hat{=} U_{CE} = 0,5 \text{ V} ; I_C = 25 \text{ mA} ; U_{B,E} = 0,86772 \text{ V} ; I_B = 0,5268 \text{ mA}$$

$$A_5 \hat{=} U_{CE} = 0,5 \text{ V} ; I_C = 40 \text{ mA} ; U_{B,E} = 0,89878 \text{ V} ; I_B = 1,3066 \text{ mA}$$

die Ortsabhängigkeit dieser Größen dargestellt. Die Arbeitspunkte wurden hierbei so gewählt, daß der interessierende Strombereich etwa gleichmäßig überdeckt wird.

Die Verteilung des Potentials (Bild 3.13) und der Quasiferminpotentiale (Bild 3.14) sind ein unmittelbares Ergebnis der numerischen Simulation. Hieraus können mit

$$E = - \frac{d\psi}{dx},$$

der effektiven Eigenleitungsichte nach (Bild 3.6) und den Beziehungen (2.6) und (2.7) die Verläufe der Feldstärke (Bild 3.15), der Löcherdichte (Bild 3.16) und der Elektronendichte (Bild 3.17) berechnet werden.

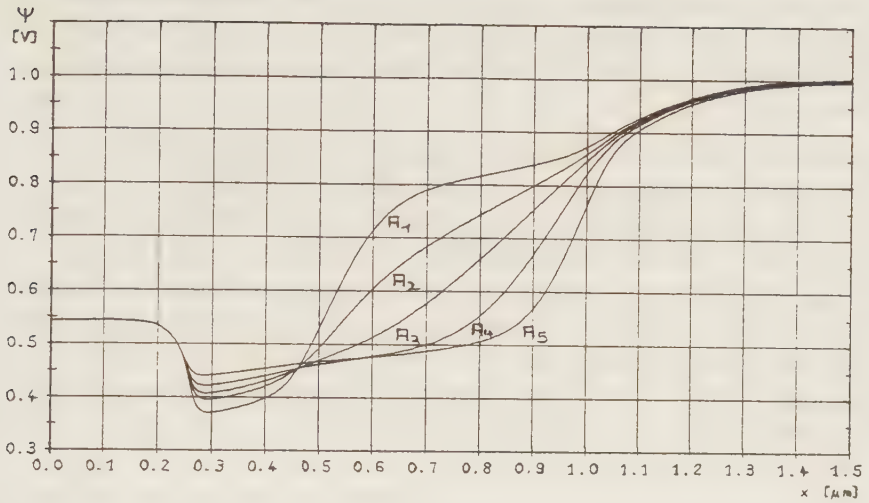


Bild 3.13: Potentialverlauf.

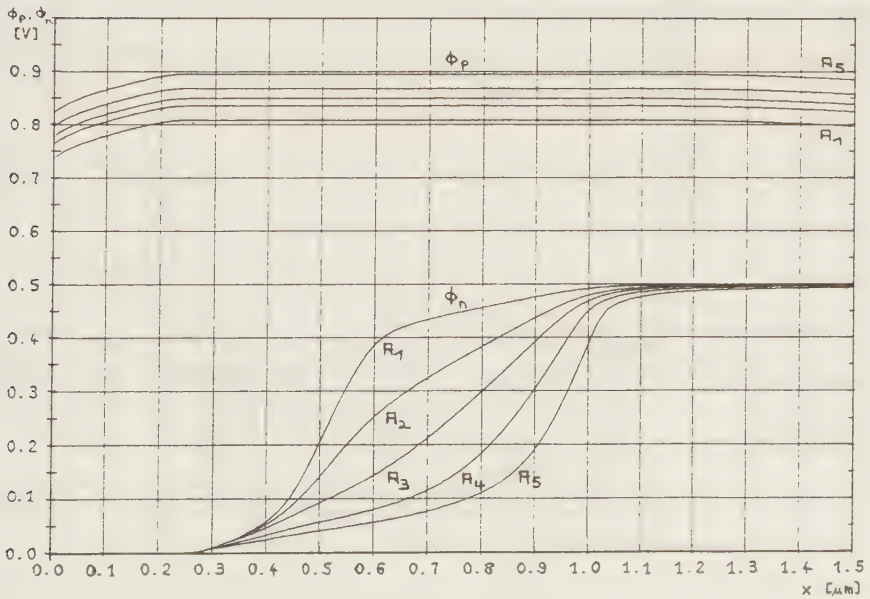


Bild 3.14: Verlauf der Quasi-Fermipotentiale.

Die Verläufe der Feldstärke und der Ladungsträgerdichten werden in Kapitel 6 zur Beschreibung des Transistors im Hochstrombereich ausführlich diskutiert. Sie sollen daher hier nur kurz besprochen werden.

Man erkennt, daß sich das Maximum der im Kollektor auftretenden Feldstärke mit zunehmendem Kollektorstrom zum Substrat hin verlagert. Die Verlagerung ist gekoppelt mit der im Hochstrombereich einsetzenden Injektion von Löchern in die Kollektorzone. Diese kann als Ausweitung der Basis in die Kollektorzone gedeutet werden (base push-out). Weiterhin erkennt man, daß die Löcherladung nicht nur im Basis- und Kollektorbereich, sondern in nicht zu vernachlässigender Höhe auch im Emitterbereich des Transistors gespeichert wird.

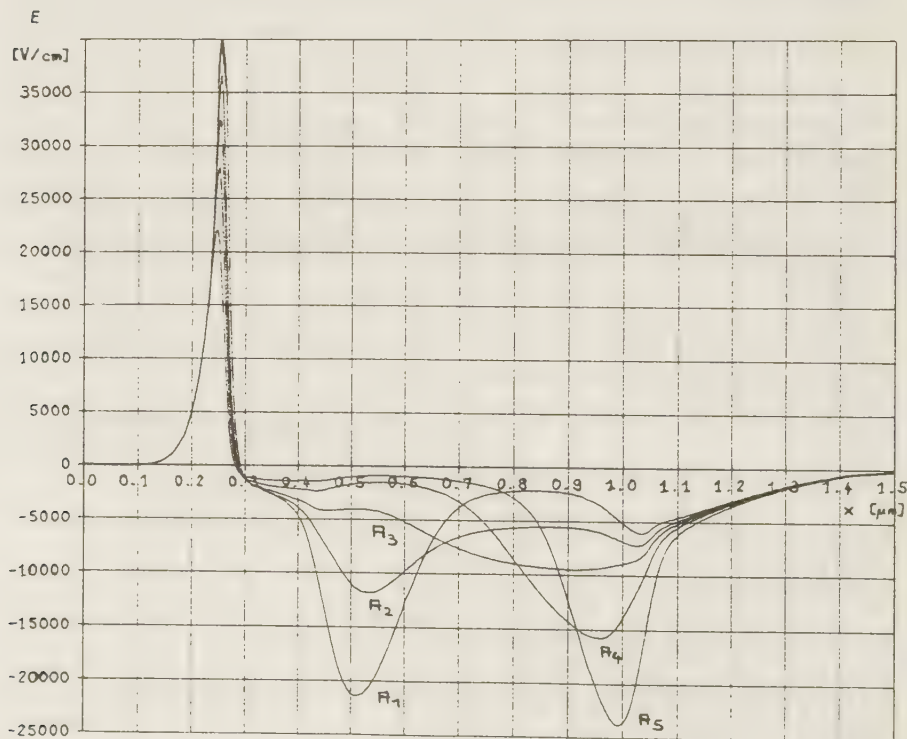


Bild 3.15: Feldstärkeverlauf.

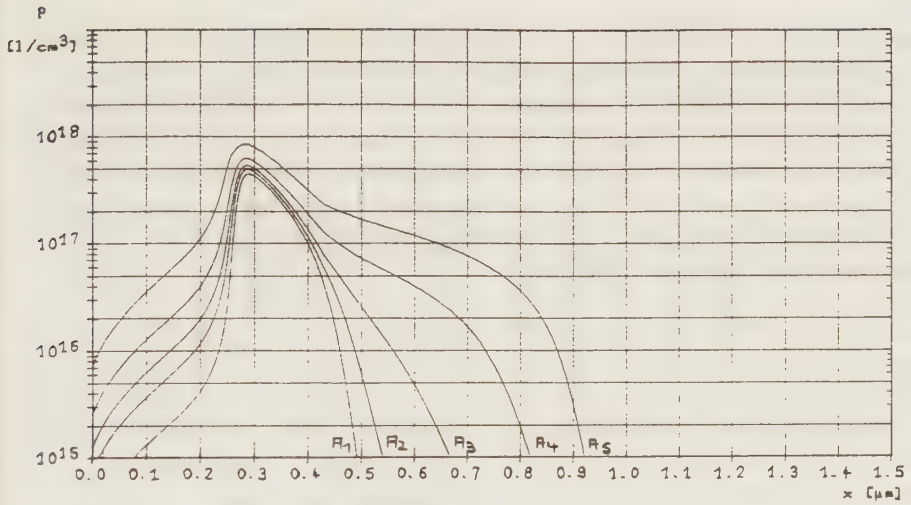


Bild 3.16: Verlauf der Löcherdichte.

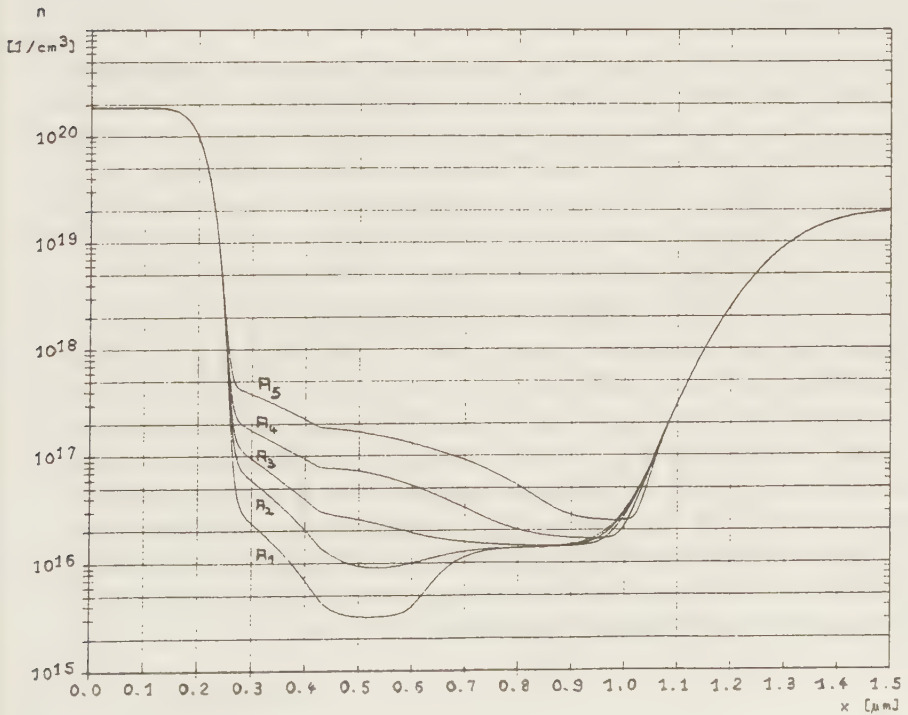


Bild 3.17: Verlauf der Elektronendichte.

Die vom Emitter in die Basis injizierte Elektronendichte erreicht die Größenordnung der Basisdotierung und führt hier zu einer Erhöhung der Löcherdichte (Webster-Effekt /51/). Im Kollektorbereich hat die injizierten Löcherdichte eine entsprechende Erhöhung der Elektronendichte zur Folge. Für hohe Ströme (Arbeitspunkte A4 und A5) wird im Bereich des Substratübergangs die Sättigungsdriftgeschwindigkeit erreicht. Die Elektronendichte überschreitet hier den Wert der Dotierungsdichte.

Zur Diskussion der Sperrschichtkapazitäten ist der Verlauf der Raumladung $\mathcal{S} = p - n + N$ wichtig. Bild 3.18 zeigt einen Gesamtüberblick über die Raumladungsverteilung. Der für die BC-Sperrschichtkapazität relevante Bereich der BC-Zone ist in Bild 3.19 noch einmal vergrößert dargestellt. Man erkennt, daß sich in diesem Bereich der Schwerpunkt der Raumladungsdichte mit zunehmendem Strom vom Basis-Kollektor- zum Kollektor-Substrat-Übergang verlagert. Die Raumladung am BE-Übergang wird bei nahezu gleichbleibender Weite der RLZ mit zunehmendem Strom kleiner.

In Bild 3.20 ist die Netto-Rekombinationsrate R über dem Ort aufgetragen. Man sieht, daß eine merkliche Rekombination nur im hochdotierten Emitterbereich auftritt. Hier dominiert die Auger-Rekombination. Sie wird durch die SRH-Rekombination überlagert, die ihren Maximalwert am BE-Übergang des Transistors annimmt. Die Rekombinationsrate im Basis- und Kollektorbereich ist gegenüber den Werten im Emitterbereich um mehr als eine Zehnerpotenz kleiner und mit guter Näherung vernachlässigbar.

Den Einfluß des Gradienten von ϕ_n auf die Elektronenbeweglichkeit, zeigt Bild 3.21. Eine Abweichung von den nur dotierungsabhängigen Werten nach Bild 3.5 tritt nur in der BC-Zone auf. Hier verlagert sich der Bereich in dem μ_n beeinflusst wird (entsprechend zur Verlagerung der Feldstärke) vom Basis-Kollektor- zum Kollektor-Substrat-Übergang. Da der Gradient des Quasiferminipotentials der Löcher im betrachteten Arbeitsbereich klein bleibt, unterscheidet sich die Löcherbeweglichkeit in der gesamten Struktur nur sehr wenig von dem Verlauf nach Bild 3.6.

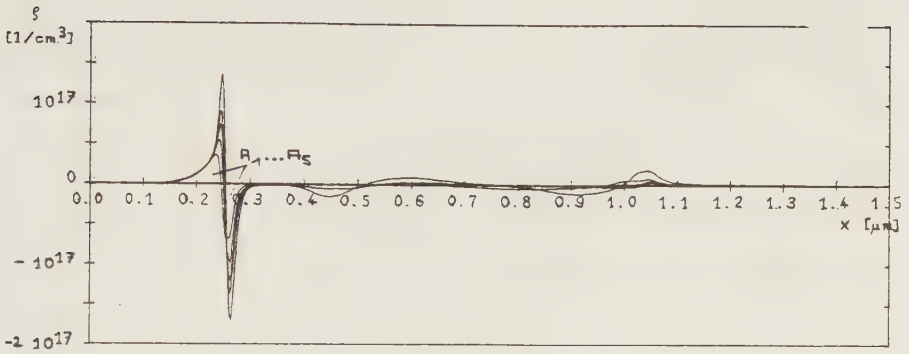


Bild 3.18: Verlauf der Raumladung.

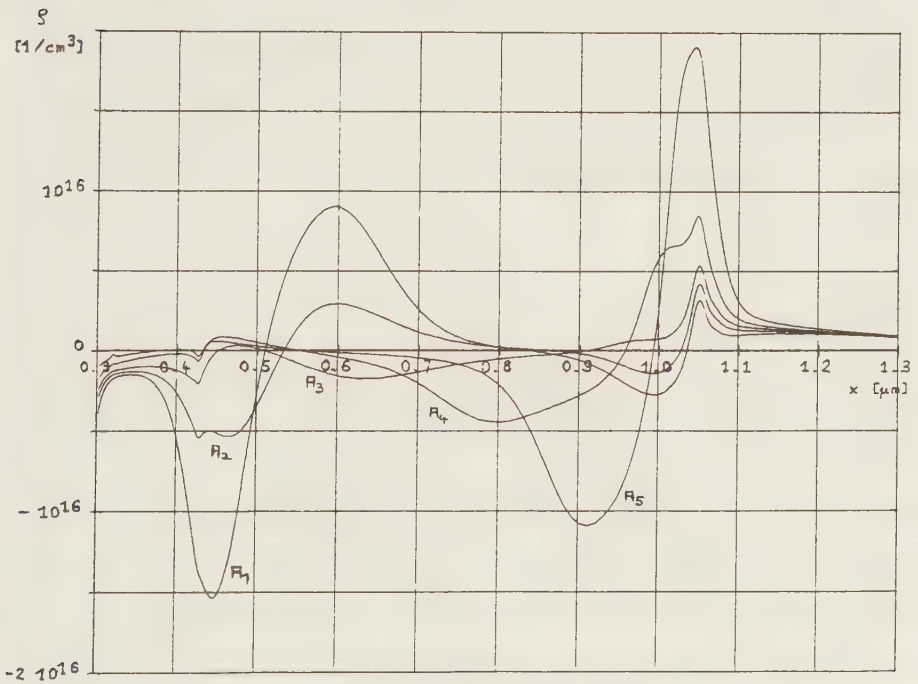


Bild 3.19: Raumladungsverteilung im Basis-Kollektor-Bereich.

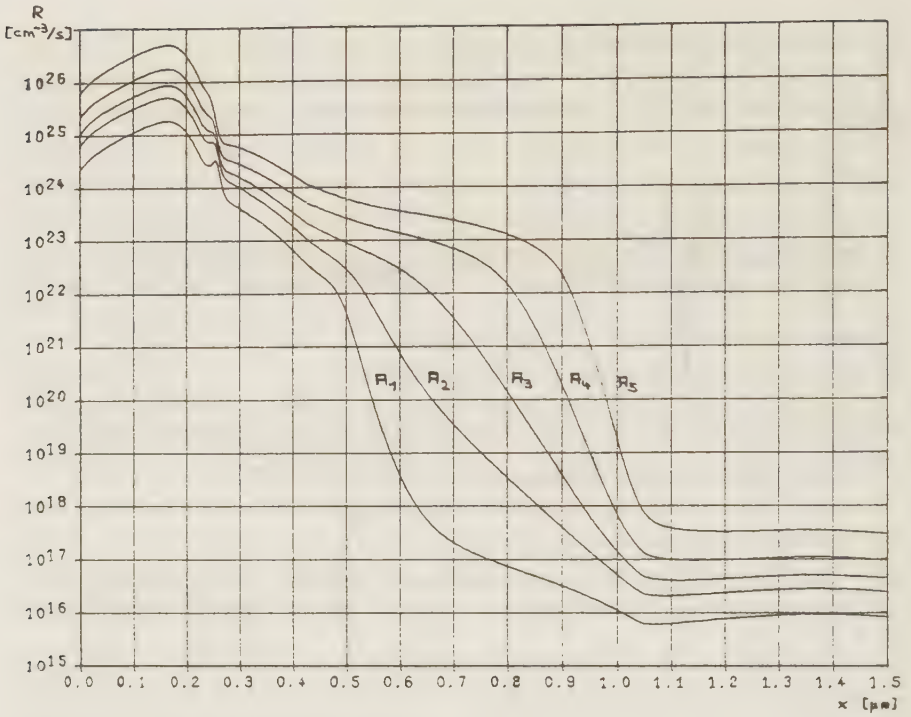


Bild 3.20: Netto-Rekombinationsrate R .

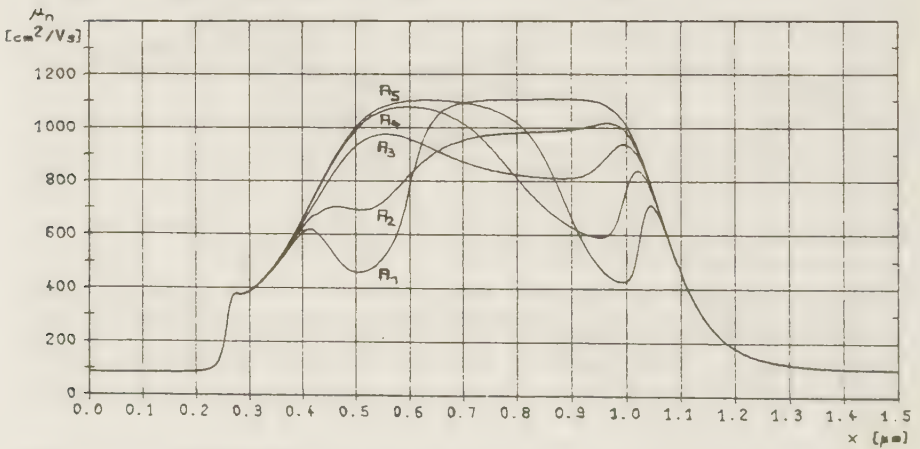


Bild 3.21: Elektronenbeweglichkeit μ_n .

Die bisher gezeigten Diagramme beziehen sich alle auf die statische Simulation. Zur Überprüfung des, auf der Annahme der quasi-statischen Beschreibbarkeit basierenden analytischen Modells wurden zusätzlich transiente Analysen und (mit Hilfe der komplexen Rechnung) Kleinsignalanalysen durchgeführt.

Zur Beschreibung des Schaltverhaltens wurde der eindimensionale Transistor (ausgehend von den Arbeitspunkten $A_1 - A_5$) mit konstantem Basisstrom ausgeschaltet. Hierbei wurde die CE-Spannung konstant auf dem Wert $U_{CE} = 0,5 \text{ V}$ gehalten. Für das Verhältnis des Ausschaltbasisstroms I_{Baus} zum Kollektorstrom im Arbeitspunkt I_{CO} wurde jeweils ein konstanter Wert eingehalten. Bild 3.22 zeigt das für $I_{Baus}/I_{CO} = -1/5$ ermittelte Ausschaltverhalten des Transistors. Weitere Diagramme sind in Kapitel 9 zu finden.

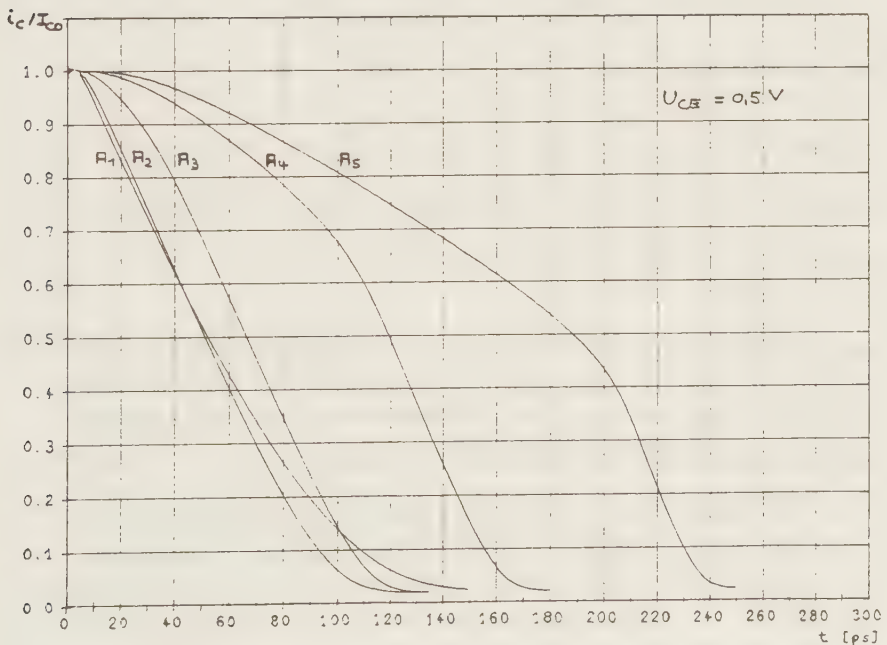


Bild 3.22: Ausschaltvorgang für $I_{Baus}/I_{CO} = -1/5$.

Für diese Simulationen und zur Kleinsignalanalyse wurde eine gegenüber Kapitel 3.2 etwas modifizierte Formulierung der zu lösenden Beziehungen verwendet. Hier wird die Kontinuitätsgleichung der Löcher durch die sogenannte Gesamtstromgleichung ersetzt /40/,/44/. Diese, nur für den eindimensionalen Fall mögliche Formulierung, hat den Vorteil, daß sie für Stromsteuerung (realisiert durch hohe Vorwiderstände) ein besseres Konvergenzverhalten aufweist.

Wie man aus Bild 3.22 entnimmt, tritt ein Abfall des Kollektorstroms erst nach Ablauf einer Totzeit $\Delta\tau$ auf. Diese Totzeit ist näherungsweise proportional zur Zeitkonstanten τ_N .

Der Verlauf des Kollektorstroms kann für $u_{CE} = \text{const.}$ mit der für den Basisstrom gültigen Gleichung (vgl. Kapitel 5.4)

$$i_B = I_{Baus} = i_{B0} + \frac{dq_p}{dt} = i_{B0} + \left. \frac{\partial q_p}{\partial I_C} \right|_{u_{CE}} \frac{di_C}{dt} = i_{B0} + \frac{1}{\omega_T} \frac{di_C}{dt}$$

durch die Beziehung

$$i_C = I_{C0} + \int_0^t (I_{Baus} - i_{B0}) \omega_T dt'$$

beschrieben werden. Für die Steigung des $i_C(t)$ -Verlaufs gilt:

$$\frac{di_C}{dt} = (I_{Baus} - i_{B0}) \omega_T$$

Entsprechend beginnt der Abfall des Kollektorstroms für Arbeitspunkte im Hochstrombereich (A3 - A5) zunächst mit geringer Steigung, um sich nach Verlassen des Hochstrombereichs mit größerer, für alle Arbeitspunkte annähernd gleicher Steigung fortzusetzen.

Mit der für praktische Schaltungen immer erfüllten Bedingungen $i_{B0} \approx i_C / \beta_N \ll |I_{Baus}|$ und bei Vernachlässigung der Totzeit erhält man die gesamte Schaltzeit t_f (Abfall auf $i_C \approx 0$) näherungsweise aus

$$t_f = \frac{Q_p}{|I_{Baus}|} = \frac{1}{|I_{Baus}|} \int_0^{I_{C0}} \frac{1}{\omega_T} di_C$$

Als Ergebnis der Kleinsignalanalyse ist in Bild 3.23 die Frequenzabhängigkeit des Betrages der Kleinsignal-Kurzschlußstromverstärkung in Emitterschaltung dargestellt. Man erkennt, daß sie mit guter Näherung durch die bekannte "Tiefpassfunktion" (vgl. Kap. 8.3) beschrieben wird. Die Kleinsignalanalyse wird in Kapitel 5.4 zur Überprüfung der quasistatischen Näherung eingesetzt.

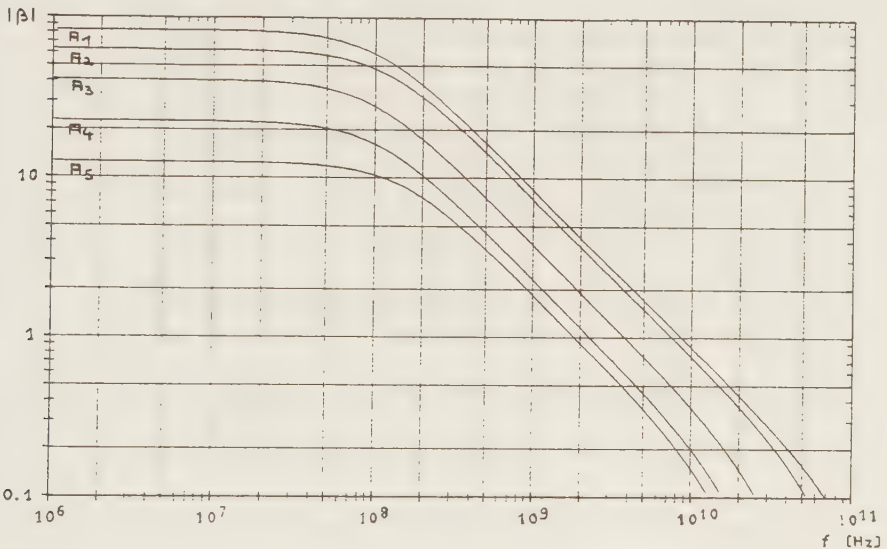


Bild 3.23: Frequenzabhängigkeit des Betrages der Kleinsignalwechselstromverstärkung.

Die Gültigkeit der eindimensionalen Rechnung wird für den realen Transistor durch verschiedene zweidimensionale Effekte beeinträchtigt. Sie werden in Kapitel 7 näher behandelt.

Von großer Bedeutung für das dynamische Verhalten ist hierbei die Auffächerung des Stromflusses im Kollektorbereich. Sie führt im Hochstrombereich zu einem gegenüber der eindimensionalen Rechnung flacheren Anstieg der Minoritätenzeitkonstanten τ_N und somit zu einer geringeren Minoritätenladung. Den für den in Kap. 3.4 definierten zweidimensionalen Transistor berechneten Verlauf von τ_N zeigt Bild 3.24.

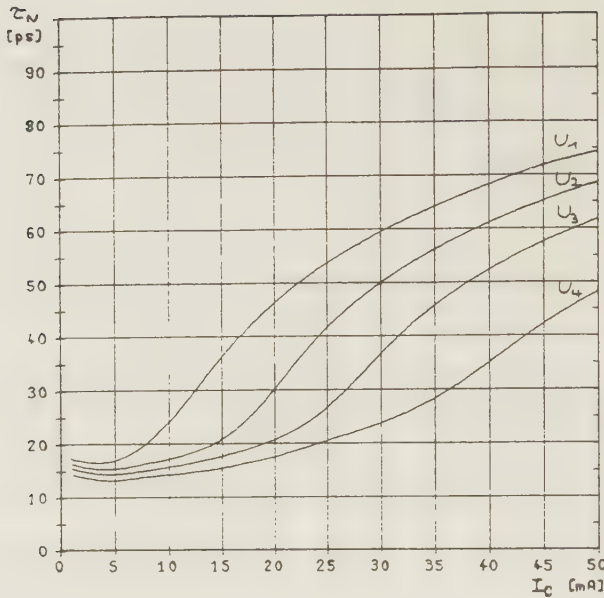


Bild 3.24: Minoritätenzeitkonstante τ_N (zweidimensionale Simulation).

Ein Vergleich mit Bild 3.12 zeigt, daß der Anstieg von τ_N im zweidimensionalen Fall deutlich flacher ist. Der durch die zweidimensionale Simulation ermittelte Verlauf von τ_N konnte durch die Messung bestätigt werden (vgl. Kapitel 10).

Das statische Verhalten des zweidimensionalen Transistors wird stark durch den Basisbahnwiderstand beeinflusst. Er führt, wie Bild 3.25 zeigt, zu einem "Umbiegen" der $I_B(U_{BE})$ - Kennlinie und verstärkt das "Umliegen" der $I_C(U_{BE})$ - Kennlinie (vgl. Bild 3.7).

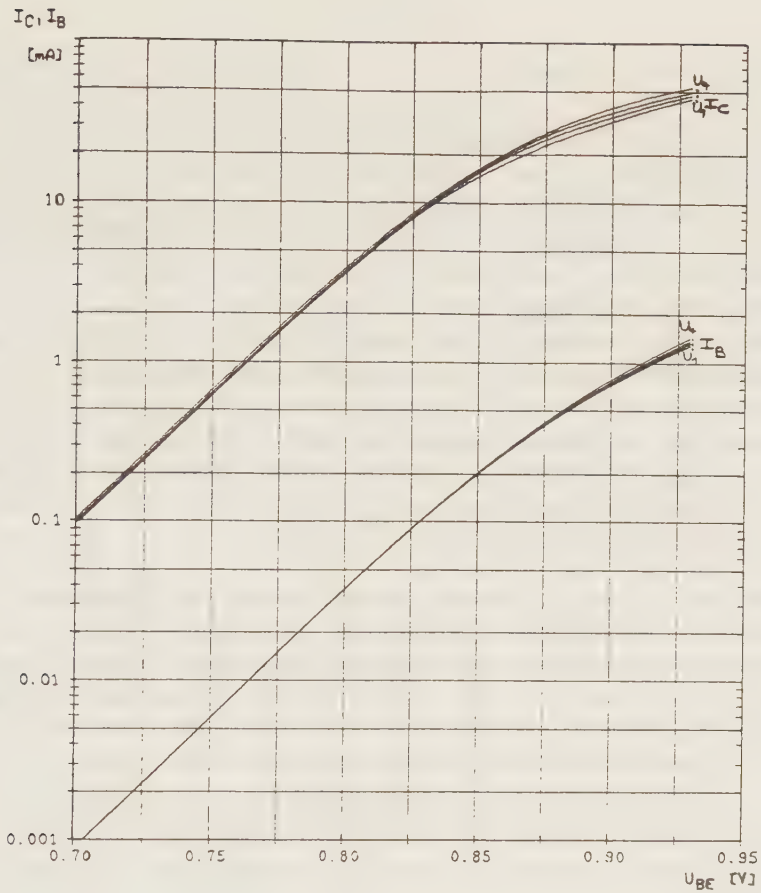


Bild 3.25: $I_C(U_{BE})$ - und $I_B(U_{BE})$ - Kennlinien (zweidimensionale Simulation).

4. Herleitung und Diskussion der "Integral Charge Control Relation"

Die numerisch exakte Beschreibung des Bipolartransistors ist für die Simulation komplexer integrierter Schaltungen in der Regel zu aufwendig. Dies gilt insbesondere für die zweidimensionale Simulation von sogenannten funktionalen Bauelementen (z.B. I^2L -Gatter) /39/. Doch auch die eindimensionale Simulation führt bei größeren Schaltungen schnell zu nicht mehr vertretbaren Rechenzeiten. Werden zusätzlich noch zweidimensionale Effekte, wie z.B. die Randverdrängung durch Kopplung mehrerer eindimensionaler Modelle berücksichtigt /41/, so steigt der Aufwand entsprechend. Trotz stetig steigender Rechnerleistung scheint daher die numerische exakte Beschreibung (auch in weiter Zukunft) auf die Simulation von Einzelbauelementen oder Schaltungen mit geringem Integrationsgrad beschränkt zu bleiben.

Man ist daher bestrebt, durch die Einführung von Näherungen zu einfacheren, analytischen Beziehungen zu gelangen. Um auch komplexere Schaltungen mit vertretbarem Aufwand an Rechenzeit und Speicherplatz simulieren zu können, sollten die so entstehenden Modelle das Klemmenverhalten des Transistors auf möglichst einfache, jedoch genaue Weise beschreiben. Gleichzeitig sollte eine enge Kopplung zwischen den Modellparametern und den technologischen Daten des Transistors (geometrische Abmessungen, Schichtwiderstände, Dotierungskonzentration und Weite der Epitaxieschicht) bestehen, um auf dem Weg der Optimierung /80/ zu einem besseren Schaltungsverhalten gelangen zu können.

Ein solcher, für die analytische Beschreibung des Transistors geeigneter Ansatz ist die von Gummel /45/ vorgestellte "Integral Charge Control Relation". Sie beschreibt für den in Kapitel 3 definierten "eigentlichen" Transistor die Abhängigkeit des Kollektorstroms von der BE- und BC-Spannung und der im Transistor gespeicherten Löcher- (npn) bzw. Elektronenladung (pnp). Diese Beziehung ist die Basis des in der Netzwerkanalyse häufig verwendeten Gummel-Poon-Modells /55/, /62/ und bildet auch die Grundlage des in Kapitel 5 vorgestellten Modells.

Da die Herleitung der Beziehung in /45/ unter einschränkenden Voraussetzungen erfolgte, wird im folgenden eine exakte Herleitung der Beziehung angegeben. Die so erhaltene "exakte Integral Charge Control Relation" ist für den eindimensionalen Fall ohne Einschränkung gültig.

Durch Vergleich mit der numerischen Simulation wird gezeigt, welche Fehler durch die zur analytischen Beschreibung des Transistors notwendige (schrittweise) Vereinfachung dieser Beziehung zu der von Gummel angegebenen Gleichung entstehen. Diese Analyse des Einflusses der verschiedenen Gleichungsterme ist für eine eventuelle angestrebte Verbesserung der Genauigkeit von Nutzen.

Insbesondere im Hochstrombereich wird die Gültigkeit der nur für den eindimensionalen Fall herleitbaren Beziehung durch verschiedene zweidimensionale Effekte beeinträchtigt. Diese Effekte erfordern es, zusätzlich die Gültigkeit der "Integral Charge Control Relation" für den "zweidimensionalen Fall" (realen Transistor) zu überprüfen.

4.1. Herleitung der exakten Beziehung

Für die Elektronenstromdichte gilt in eindimensionaler Form (2.49)

$$j_n = q \mu_n U_T \left(\frac{dn}{dx} + n \left(\frac{E}{U_T} - \frac{1}{n_{ie}} \frac{dn_{ie}}{dx} \right) \right) \quad (4.1)$$

Gleichung (4.1) stellt eine Differentialgleichung 1. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten dar

$$\frac{dn}{dx} - \left(\frac{E}{U_T} - \frac{1}{n_{ie}} \frac{dn_{ie}}{dx} \right) n = \frac{j_n}{q \mu_n U_T} \quad (4.2)$$

Aus der allgemeinen Lösung dieser Differentialgleichung innerhalb der Grenzen x_0 und x erhält man für die Elektronendichte:

$$\frac{n(x)}{n_{ie}(x)} = \frac{n(x_0)}{n_{ie}(x_0)} \exp\left(-\int_{x_0}^x \frac{E}{U_T} dx'\right) + \exp\left(-\int_{x_0}^x \frac{E}{U_T} dx'\right) \int_{x_0}^x \frac{j_n}{q \mu_n U_T n_{ie}} \exp\left(\int_{x_0}^{x'} \frac{E}{U_T} dx''\right) dx' \quad (4.3)$$

bzw.

$$\frac{n(x)}{n_{ie}(x)} = \frac{n(x_0)}{n_{ie}(x_0)} \exp\left(-\int_{x_0}^x \frac{E}{U_T} dx'\right) + \int_{x_0}^x \frac{j_n}{q \mu_n U_T n_{ie}} \exp\left(-\int_{x'}^x \frac{E}{U_T} dx''\right) dx' \quad (4.4)$$

Nach (2.57) und (2.58) gilt für die Spannung über der BE- bzw. BC-Strecke des Transistors

$$u_E = - \int_{x_E}^{x_B} E dx = u_{B'E} - U_T \ln \frac{p(x_B) N_E}{n_{ie}(x_B) n_{ie}(x_E)} \quad (4.5)$$

$$u_C = - \int_{x_C}^{x_B} E dx = u_{B'C} - U_T \ln \frac{p(x_B) N_C}{n_{ie}(x_B) n_{ie}(x_C)} \quad (4.6)$$

Die Spannung zwischen zwei beliebigen Orten x_1 und x_2 ist mit der Löcherdichte und dem Quasiferminipotentiale der Löcher über die Beziehung

$$u = - \int_{x_1}^{x_2} E dx = \Psi(x_2) - \Psi(x_1) = \phi_p(x_2) - \phi_p(x_1) - U_T \ln \frac{p(x_2) n_{ie}(x_1)}{p(x_1) n_{ie}(x_2)} \quad (4.7)$$

verknüpft.

Am Basis-Einspeisungspunkt ist der Wert des Quasiferminipotentiale der Löcher gleich der inneren BE-Spannung (vgl. Kap. 2.4)

$$\phi_p(x_B) = u_{B'E} \quad (4.8)$$

Wendet man die Beziehungen (4.5 - 4.8) (für die BE- und die BC-Zone getrennt) auf (4.4) an, so erhält man

$$\frac{n(x_B)}{n_{ie}(x_B)} = \frac{n(x_E)}{n_{ie}(x_E)} \frac{n_{ie}(x_B)}{p(x_B)} \frac{n_{ie}(x_E)}{N_E} \exp\left(\frac{u_{B'E}}{U_T}\right) - \int_{x_E}^{x_B} \frac{j_n}{q \mu_n U_T n_{ie}} \frac{p}{p(x_B)} \frac{n_{ie}(x_B)}{n_{ie}} \exp\left(\frac{u_{B'E} - \phi_p}{U_T}\right) dx \quad (4.9)$$

bzw.

$$\frac{n(x_B)}{n_{ie}(x_B)} = \frac{n(x_C)}{n_{ie}(x_C)} \frac{n_{ie}(x_B)}{p(x_B)} \frac{n_{ie}(x_C)}{N_C} \exp\left(\frac{u_{B'C}}{U_T}\right) - \int_{x_C}^{x_B} \frac{j_n}{q \mu_n U_T n_{ie}} \frac{p}{p(x_B)} \frac{n_{ie}(x_B)}{n_{ie}} \exp\left(\frac{u_{B'E} - \phi_p}{U_T}\right) dx \quad (4.10)$$

Durch Gleichsetzen von (4.9) und (4.10) erhält man mit $n(x_E) \approx N_E$ und $n(x_C) \approx N_C$ folgenden Zusammenhang zwischen der Elektronenstromdichte und den Spannungen $u_{B'E}$ und $u_{B'C}$

$$- \int_{x_E}^{x_C} \frac{j_n}{q \mu_n U_T n_{ie}} \frac{p}{p} \exp\left(\frac{u_{B'E} - \phi_p}{U_T}\right) dx = \exp\left(\frac{u_{B'E}}{U_T}\right) - \exp\left(\frac{u_{B'C}}{U_T}\right) \quad (4.11)$$

Für die Elektronenstromdichte am Kollektorkontakt gilt dann:

$$j_{nC} = - \frac{\exp\left(\frac{u_{B'E}}{U_T}\right) - \exp\left(\frac{u_{B'C}}{U_T}\right)}{\int_{x_E}^{x_C} \frac{p}{q \mu_n U_T n_{ie}} \frac{j_n}{j_{nC}} \exp\left(\frac{u_{B'E} - \phi_p}{U_T}\right) dx} \quad (4.12)$$

Für die Herleitung von (4.12) sind keine, die Gültigkeit einschränkenen Näherungen gemacht worden. Für den eindimensionalen Fall wird daher durch (4.12) die Abhängigkeit der Elektronenstromdichte am Kollektorkontakt (und damit des Kollektorstroms) von den steuernden Spannungen $u_{B'E}$ und $u_{B'C}$ exakt beschrieben.

4.2. Vereinfachung der Beziehung

Die Beziehung (4.12) ist für eine einfache analytische und meßtechnische Behandlung wenig geeignet. Es muß daher versucht werden, mit Hilfe der numerischen Simulation zu einer einfacheren Beziehung zu gelangen.

Das Verhältnis j_n/j_{nC} wird durch die Rekombination im Transistor bestimmt und kann für den Fall, daß sämtliche von der Basis injizierten Löcher in der Emitterzone rekombinieren den Maximalwert

$$\left(\frac{j_n}{j_{nC}}\right)\Big|_{\max} = \frac{j_{nE}}{j_{nC}} = \frac{-I_E}{I_C} = 1 + \frac{1}{\beta_N} \quad (4.13)$$

annehmen. Der maximale Fehler der durch Vernachlässigung dieses Terms entsteht, ist daher gleich dem Kehrwert der Stromverstärkung β_N .

Der tatsächlich auftretende Fehler ist jedoch wesentlich kleiner. Dies wird deutlich, wenn man die numerisch ermittelten Verläufe der Rekombinationsrate (Bild 3.20) und der Löcherdichte (Bild 3.16) miteinander vergleicht. Wie man aus Bild 3.18 entnehmen kann, ist im interessierenden Strombereich nur die Auger-Rekombination im Emitter von Bedeutung. Sie tritt jedoch erst bei hohen Werten der Emittierkonzentration, d.h. in einiger Entfernung vom BE-Übergang in Erscheinung. Hier ist die injizierte Löcherdichte bereits auf kleine Werte abgeklungen, so daß das Produkt $p \cdot j_n/j_{nC}$ in diesem Bereich klein ist und der durch Vernachlässigung von j_n/j_{nC} entstehende Fehler sehr gering bleibt.

Die Kollektorstromdichte des "eindimensionalen" Transistors wird somit in sehr guter Näherung durch:

$$j_{nC} = - \frac{\exp \frac{U_{B'E}}{U_T} - \exp \frac{U_{B'C}}{U_T}}{\int_{x_E}^{x_C} \frac{p}{q \mu_n U_T n_{ie}^2} \exp \frac{U_{B'E} - \phi_p}{U_T} dx} \quad (4.14)$$

beschrieben.

Mit der Emitterfläche A_E und $j_{pC} \ll j_{nC}$ erhält man für den Kollektorstrom des "eindimensionalen" Transistors (siehe auch /28/)

$$i_C = - j_{nC} A_E = \frac{\exp \frac{U_{B'E}}{U_T} - \exp \frac{U_{B'C}}{U_T}}{\int_{x_E}^x \frac{p}{q A_E \mu_n U_T n_{ie}} \exp \frac{U_{B'E} - \phi_p}{U_T} dx} \quad (4.15)$$

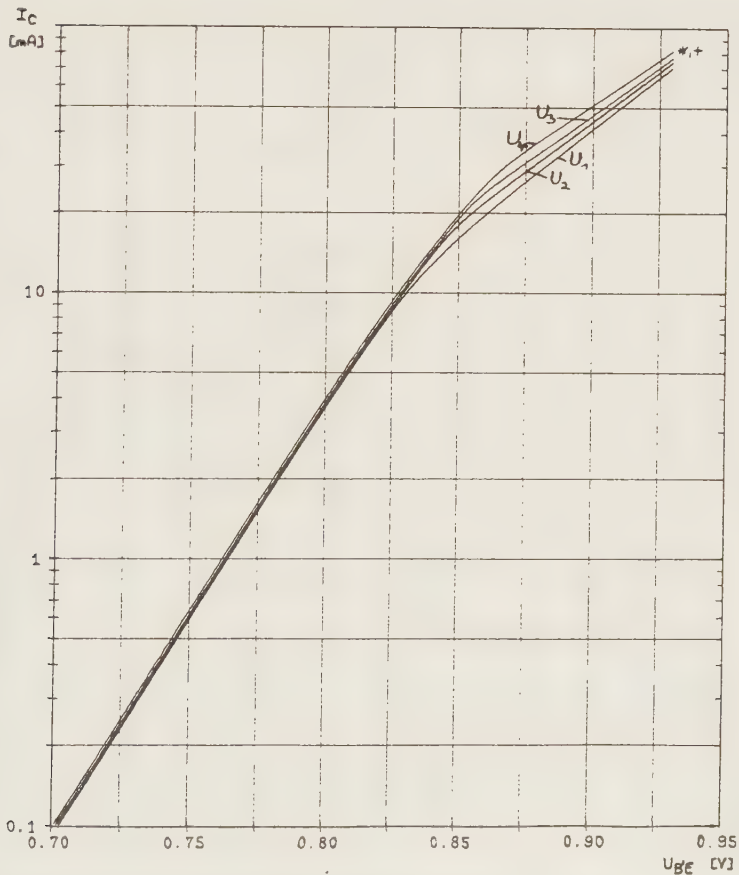


Bild 4.1: Vergleich der $I_C(U_{B'E})$ - Kennlinien

- * $\hat{=}$ eindimensionale numerisch exakte Simulation
- + $\hat{=}$ Verlauf nach Gleichung 4.15.

Bild 4.1 zeigt für verschiedene CE-Spannungen einen Vergleich der auf "numerisch exakte" Weise berechneten $I_C(u_{BE})$ -Abhängigkeit des Kollektorstroms, mit dem durch exakte Auswertung des Integrals in (4.15) bestimmten Verlauf ($A_E = 100\mu\text{m}^2$). Hierbei wurde für jeden Arbeitspunkt die bei der numerischen Simulation leicht zu ermittelnden, ortsabhängigen Größen μ_n , n_{ie} , j_n , ϕ_p , und p bestimmt und gemäß Gleichung (4.15) über dem Ort aufsummiert. Man erkennt, daß für alle Spannungen die entsprechenden Kurven deckungsgleich sind.

Deutlich wird die hervorragende Übereinstimmung zwischen (4.15) und den Werten der numerischen Simulation auch in dem in Bild 4.2 gezeigten Vergleich der Ausgangskennlinienfelder. Die Werte der BE-Spannungen wurden hierbei so gewählt, daß die Kennlinien bei $U_{CE} = 0,5\text{ V}$ einen gleichmäßigen Abstand von 5 mA aufweisen. Auch hier ist im gesamten Strom- und Spannungsbereich kein Unterschied zu erkennen.

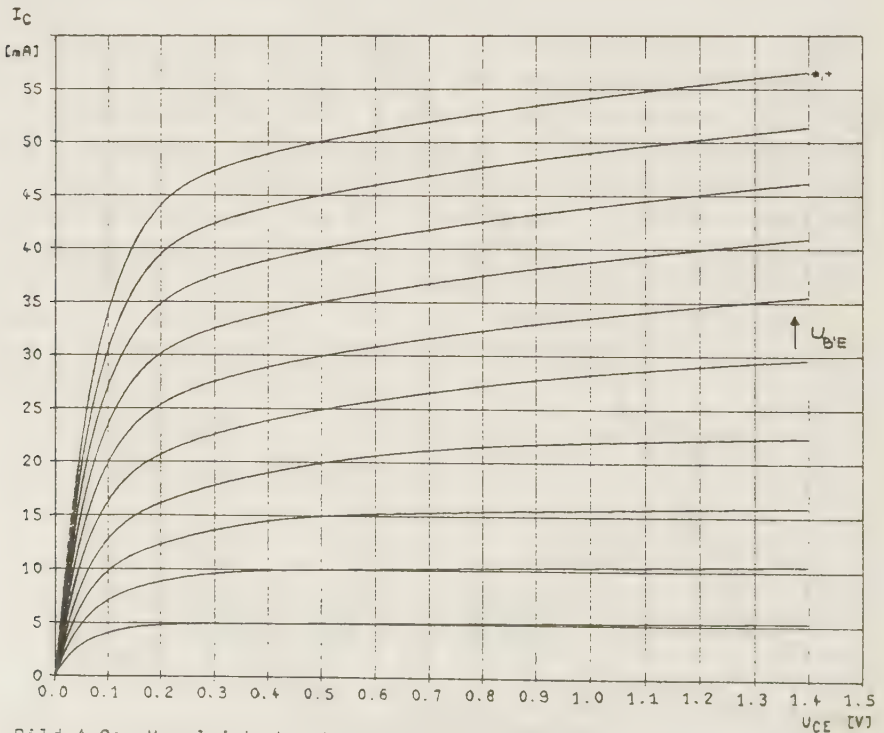


Bild 4.2: Vergleich der Ausgangskennlinienfelder

* $\hat{=}$ eindimensionale numerisch exakte Simulation

Eine ähnliche Überlegung wie für den Faktor j_n/j_{nC} gilt für den Exponentialterm im Nenner von (4.12). In der Kollektorzone ist der Löcherstrom infolge der sehr geringen Rekombinationsrate verschwindend klein. Das Quasifermpotential unterscheidet sich daher nur sehr wenig vom Wert am Basiseinspeisungspunkt ($\phi_p(x_B) = u_{B,E}$). In der Substratzone sinkt das Quasifermpotential zwar ab (vgl. Bild 3.14), da hier jedoch die Löcherdichte sehr gering ist, wird das Produkt aus Löcherdichte und Exponentialterm vernachlässigbar klein. In der Basis und am basisseitigen Rand der Emitterzone, ist infolge der hohen Löcherkonzentration der Gradient von ϕ_p klein. Eine deutliche Änderung von ϕ_p tritt erst bei relativ kleinen Werten der Löcherdichte im Emitter auf und ist nur von geringem Einfluß.

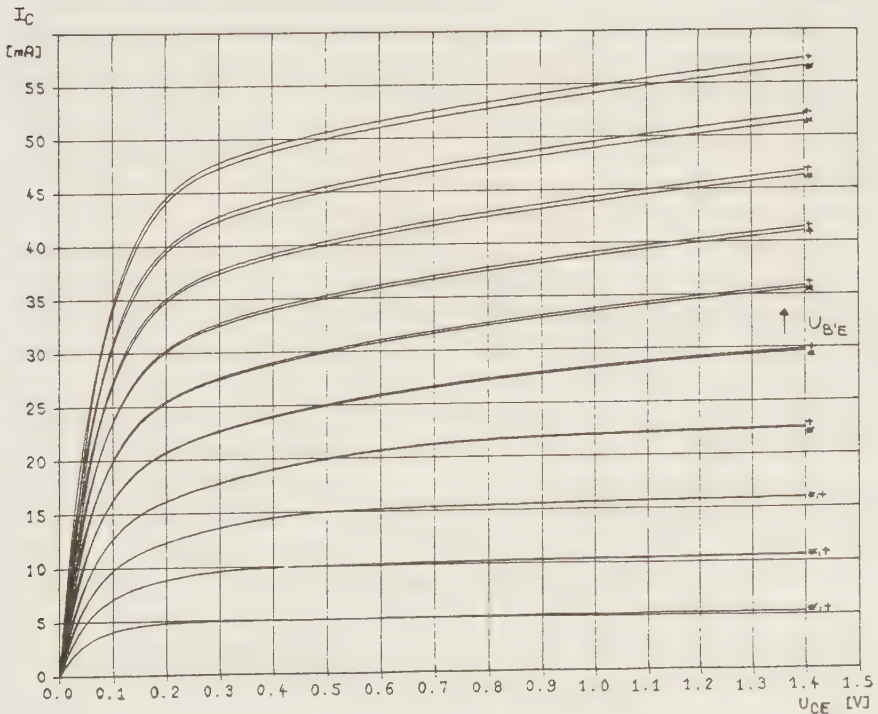


Bild 4.3: Vergleich der Ausgangskennlinienfelder

- * $\hat{=}$ eindimensionale numerisch exakte Simulation
- + $\hat{=}$ Verlauf nach Gleichung 4.16.

Ohne großen Fehler kann daher der Exponentialterm vernachlässigt werden. Gleichung (4.15) vereinfacht sich damit zu

$$i_C = \frac{\exp \frac{U_{B'E}}{U_T} - \exp \frac{U_{B'C}}{U_T}}{\int_{x_E}^{x_C} \frac{p}{q A_E \mu_n U_T n_{ie}} dx} \quad (4.16)$$

Wie man dem Vergleich der Ausgangskennlinienfelder in Bild 4.3 entnehmen kann, ist die Abweichung von der numerisch exakten Simulation bei kleinen und mittleren Strömen vernachlässigbar gering. Bei größeren Strömen (großem $U_{B'E}$) wird sie merklich. Der Fehler bleibt jedoch im gesamten Bereich unter 1,5 Prozent.

Für eine analytische Auswertung ist Gleichung (4.16) jedoch noch nicht geeignet, da sowohl die Beweglichkeit als auch die effektive Eigenleitungsdichte ortsabhängig sind. Hinzu kommt die Feldstärke-, und damit Arbeitspunktabhängigkeit.

Man vereinfacht daher (4.16) weiter, indem man für μ_n und n_{ie} Mittelwerte vor das Integral zieht:

$$i_C = q A_E U_T \bar{\mu}_n \bar{n}_{ie}^2 \frac{\exp \frac{U_{B'E}}{U_T} - \exp \frac{U_{B'C}}{U_T}}{\int_{x_E}^{x_C} p dx} \quad (4.17)$$

Mit

$$Q_p = q A_E \int_{x_E}^{x_C} p dx$$

erhält man dann die Beziehung

$$i_C = \frac{q^2 A_E U_T \bar{\mu}_n \bar{n}_{ie}^2}{Q_p} (\exp \frac{U_{B'E}}{U_T} - \exp \frac{U_{B'C}}{U_T}) \quad (4.18)$$

welche den Kollektorstrom direkt mit der Gesamt-Löcherladung im eindimensionalen Transistor verknüpft.

Gleichung (4.18) kann durch Erweiterung mit der Gesamt-Löcherladung im thermodynamischen Gleichgewicht

$$Q_{p0} = q A_E \int_{x_E}^{x_C} p \, dx \quad \text{für } u_{B'E} = 0, u_{B'C} = 0 \quad (4.19)$$

auch in der Form

$$i_C = I_{CS} \frac{Q_{p0}}{Q_p} \left(\exp \frac{u_{B'E}}{U_T} - \exp \frac{u_{B'C}}{U_T} \right) \quad (4.20)$$

mit dem Sättigungsstrom

$$I_{CS} = \frac{(q A_E \bar{n}_{ie})^2 \bar{\mu}_n U_T}{Q_{p0}} \quad (4.21)$$

angegeben werden.

Diese Beziehung unterscheidet sich von der von Gummel /45/ angegebenen "Integral Charge Control Relation" in folgendem wichtigen Punkt:

In (4.21) wird die gesamte im "eindimensionalen" Transistor vorhandene Löcherladung berücksichtigt. Die Integrationsgrenzen für die Integration der Löcherdichte sind daher der Emitter- und Kollektorkontakt des "eigentlichen" Transistors. In der /45/ angegebenen Beziehung werden sie durch den emitterseitigen Rand der BE-RLZ und den kollektorseitigen Rand der BC-RLZ gebildet. Diese Grenzen wurden gewählt, um im Modell den Einfluß des Emitter- und Kollektorbahnwiderstandes durch Beschaltung mit konzentrierten Widerständen berücksichtigen zu können. Entsprechend sind die in /45/ einzusetzenden Steuerspannungen nicht die Klemmenspannungen des "eigentlichen" Transistors, sondern die durch die Spannungsabfälle an den Bahnwiderständen modifizierten Werte.

Eine solche "klassische" Aufteilung des Transistors in neutrale Bahngebiete und Raumladungszonen ist für die betrachteten Transistoren mit kleiner Epiweite nur sehr bedingt möglich. Dies gilt insbesondere im Hochstrombereich. Der Kollektorbahnwiderstand wird hier in hohem Maß von der injizierten Löcherdichte (Anhebung der

Elektronendichte) und durch die, hohe Werte annehmende Feldstärke am Kollektor-Substrat-Übergang (Erreichen der Sättigungsdriftgeschwindigkeit) moduliert.

Die Verwendung eines externen Kollektorbahnwiderstandes R_C ist deshalb nur bei Berücksichtigung dieser (nur mit relativ hohem Aufwand zu beschreibenden) Strom- und Spannungsabhängigkeit möglich. Einfacher ist es, den Einfluß von R_C (und von R_E) wie in Kapitel 5 gezeigt, durch entsprechende Beschreibung der Strom- und Spannungsabhängigkeit der übrigen Ersatzschaltbildelemente zu berücksichtigen. Für die betrachteten Transistoren ist daher die Einbeziehung des Emitter- und Kollektorbahngebiets in den Integrationsbereich der von Gummel vorgenommene Unterteilung vorzuziehen.

Die Beziehung (4.21) verknüpft den Kollektorstrom des Transistors direkt mit den steuernden Spannungen $u_{B,E}$ und $u_{B,C}$ und der im "eindimensionalen" Transistor gespeicherten Löcherladung Q_p . Für den jeweiligen Arbeitspunkt kann der Wert von Q_p wie in Kapitel 5.3 gezeigt durch Integration über die Sperrschicht- und Diffusionskapazitäten berechnet werden. Die Parameter der Gleichung (4.21) sind somit die Löcherladung Q_{p0} und der konstante "Sättigungsstrom" I_{CS} .

Die Löcherladung Q_{p0} wird durch das Dotierungsprofil des Transistors bestimmt. Sie hängt ab vom Schichtwiderstand r_{sBi} der inneren Basiszone (unter dem Emitter) und von der metallurgischen Basisweite w_B . Für die untersuchten schnellen Bipolartransistoren ($r_{sBi} = 10 \text{ k}\Omega/\Omega$, $w_B = 0,24 \text{ }\mu\text{m}$) erhält man

$$Q_{p0} = 0,382 \text{ pAs} \frac{A_E}{100 \text{ }\mu\text{m}^2} \quad (4.22)$$

Der Sättigungsstrom I_{CS} muß durch Anpassung an die Messung bzw. Simulation bestimmt werden. Dies wird in Kapitel 8 näher beschrieben.

Bild 4.4 zeigt für die vier CE-Spannungen $u_{CE} = 0,3 \text{ } 0,5 \text{ } 0,8 \text{ und } 1,5 \text{ V}$ die Stromabhängigkeit des durch

$$I_{CS}^* = i_C \frac{Q_D}{Q_{D0}} \frac{1}{\exp(u_{B'E}/U_T) - \exp(u_{B'C}/U_T)} \quad (4.23)$$

definierten "Sollwertes" von I_{CS} . Man erkennt, daß I_{CS}^* im betrachteten Spannungsbereich nahezu unabhängig von der CE-Spannung ist und etwa linear mit dem Kollektorstrom ansteigt. Um den bei der Simulation auftretenden Fehler möglichst gering zu halten, ist es daher sinnvoll für die Bestimmung von I_{CS} einen Arbeitspunkt in der Mitte des interessierten Strombereichs zu wählen.

Durch Anpassung an die Werte der eindimensionalen numerischen Simulation im Arbeitspunkt ($I_C = 25 \text{ mA}$, $u_{CE} = 0,5 \text{ V}$) erhält man

$$I_{CS} = 2,578 \cdot 10^{-16} \text{ A} \frac{A_E}{100 \text{ } \mu\text{m}^2} \quad (4.24)$$

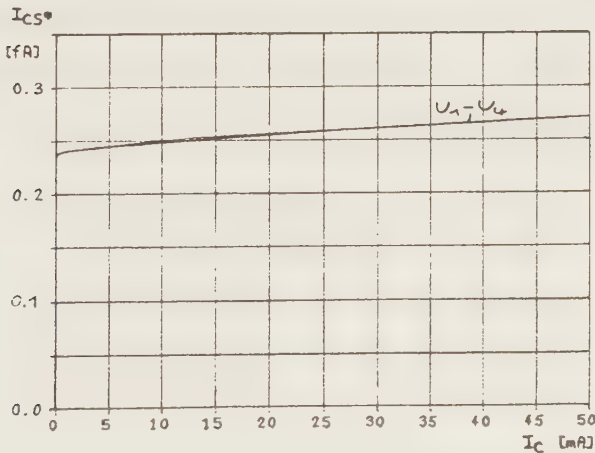


Bild 4.4: Stromabhängigkeit des "Sollwertes" von I_{CS} ($u_{CE} = u_1 - u_4$).

Das mit diesem Wert für I_{CS} berechnete Ausgangskennlinienfeld zeigt Bild 4.5.

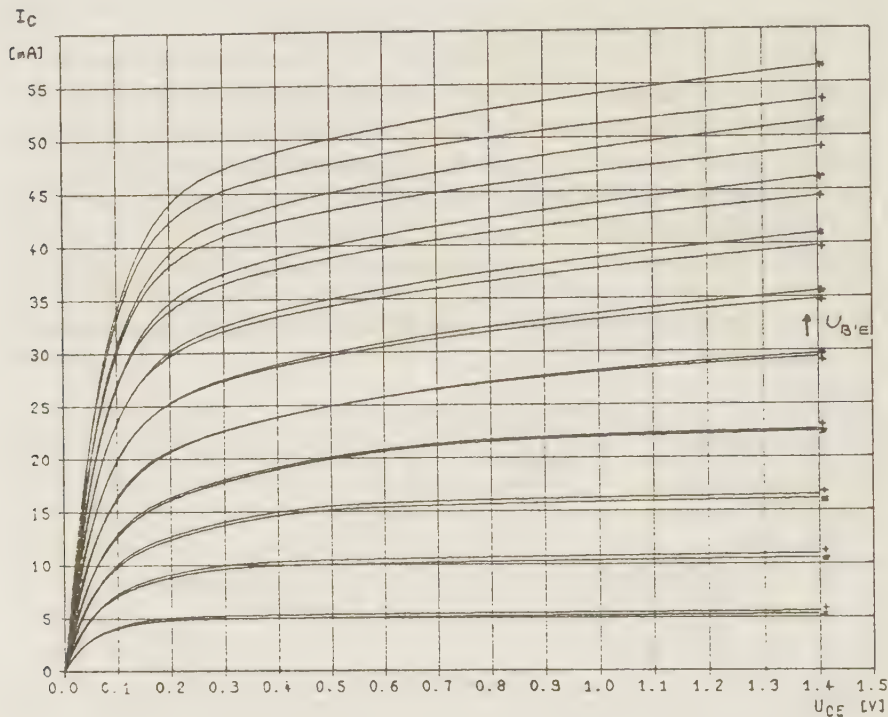


Bild 4.5: Vergleich der Ausgangskennlinienfelder

- * $\hat{=}$ eindimensionale numerisch exakte Simulation
- + $\hat{=}$ Verlauf nach Gleichung 4.20.

Man erkennt, daß der statische Kollektorstrom des "eigentlichen" Transistors durch (4.20) mit guter Genauigkeit beschrieben wird. Für eine eventuell angestrebte Verbesserung der Genauigkeit ist es nützlich, den durch die verschiedenen Näherungen entstehenden Fehler zu kennen. Er wird zum Teil schon durch den Vergleich der für die verschiedenen Vereinfachungsstufen gezeigten Ausgangskennlinienfelder deutlich. Da sich hierbei jedoch auftretende Fehler teilweise kompensieren können, ist es sinnvoll, zusätzlich die Gültigkeit für den Fall, daß jeweils nur ein Parameter der exakt gültigen Beziehung (4.15) als Konstante vor das Integral gezogen wird zu betrachten.

Die sich dann ergebende Beziehung kann in der Form

$$i_C = C_V \frac{\exp(u_{B,E}/U_T) - \exp(u_{B,C}/U_T)}{\int_{x_E}^x p/\alpha_V dx} \quad (4.25)$$

dargestellt werden. Hierbei ist C_V eine Konstante und α_V der jeweilige ortsabhängige Term unter dem Integral.

Analog zum "Sollwert" des Sättigungsstroms kann der, eine exakte Beschreibung des $i_C(u_{B,E}, u_{B,C})$ -Verlaufs ergebende Sollwert von C definiert werden:

$$C_V^* = \frac{i_C}{\exp u_{B,E}/U_T - \exp u_{B,C}/U_T} \int_{x_E}^x \frac{p}{\alpha_V} dx \quad (4.26)$$

Die Abweichung des Quotienten C_V/C_V^* vom Wert 1 gibt dann direkt den durch die entsprechende Näherung entstehenden Fehler an.

In Bild 4.6 ist für die verschiedenen Varianten

V1: Vernachlässigung des Exponentialterms

$$\alpha_1 = \mu_n n_{ie}^2$$

V2: Vernachlässigung der Feldstärkeabhängigkeit von μ_n

$$\alpha_2 = \mu_{n0} n_{ie}^2 / \exp\left(\frac{u_{B,E} - \phi_p}{U_T}\right)$$

V3: Vernachlässigung der Ortsabhängigkeit von μ_n

$$\alpha_3 = n_{ie}^2 / \exp\left(\frac{u_{B,E} - \phi_p}{U_T}\right)$$

V4: Vernachlässigung der Ortsabhängigkeit von n_{ie}

$$\alpha_4 = \mu_n / \exp\left(\frac{u_{B,E} - \phi_p}{U_T}\right)$$

und die CE-Spannung $U_{CE} = 0,5 \text{ V}$ die sich ergebende Stromabhängigkeit des Terms C_V/C_V^* dargestellt. Zum Vergleich ist zusätzlich der Verlauf von I_{CS}/I_{CS}^* eingetragen der mit "ICCR" bezeichnet ist.

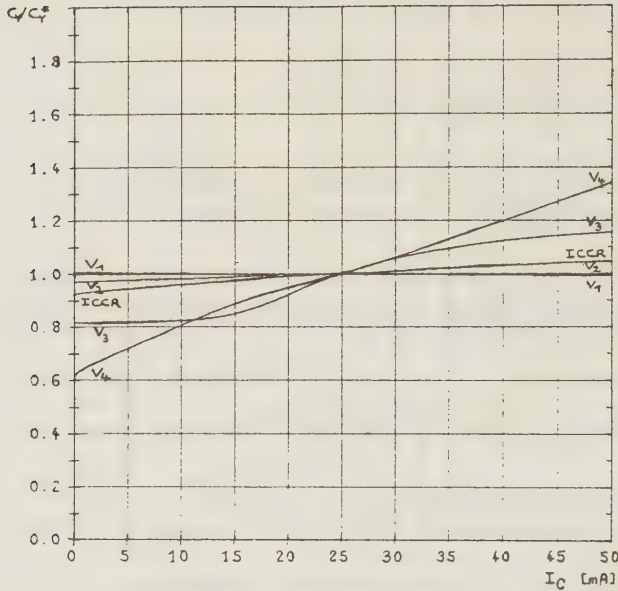


Bild 4.6: Stromabhängigkeit der Größe C_V/C_V^* ($U_{CE}=0,5V$, eindimensionale Simulation).

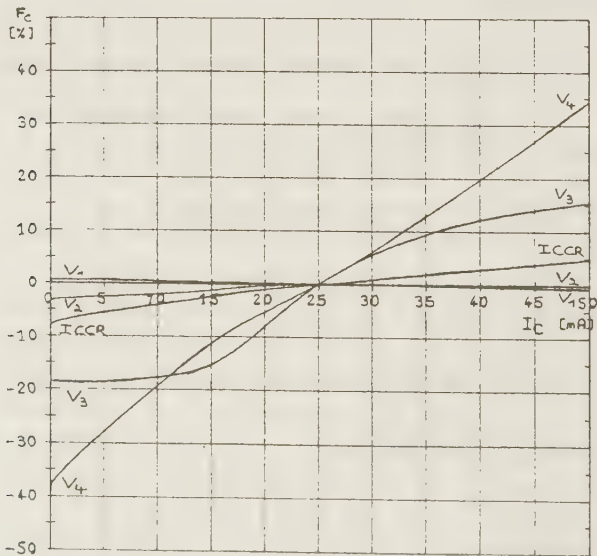


Bild 4.7: Stromabhängigkeit der Größe $F_C = C_V/C_V^* - 1$.

Analog zur Bestimmung von I_{CS} wurde hierbei eine Anpassung in der Mitte des Strombereichs ($I_C = 25 \text{ mA}$) vorgenommen. Der Verlauf des sich für die verschiedenen Varianten ergebenden Fehlers $F_C = C/C_T - 1$ (bzw. $F_I = I_{CS}/I_{CS^*} - 1$) zeigt Bild 4.7.

Wie man erkennt, hat der Exponentialterm (wie auch durch Bild 4.3 bestätigt) nur geringen Einfluß auf die Genauigkeit (V_1).

Der durch Vernachlässigung der Feldstärkeabhängigkeit entstehende Fehler (V_2) ist bei kleinen Strömen merklich (relativ hohe Feldstärke in der Basis). Gelangt der Transistor in den Hochstrombereich, so werden die Abweichungen verschwindend klein.

Deutlich größer ist der bei völliger Vernachlässigung der Ortsabhängigkeit von μ_n entstehende Fehler (V_3). Der Schwerpunkt der Löcherladung verlagert sich nach Erreichen des Hochstrombereichs zur Kollektorzone hin. Die zugrundezuliegende mittlere Beweglichkeit steigt entsprechend von dem relativ kleinen Wert in der Basiszone zum größeren Wert in der Epitaxiezone an. Dieser Effekt wird teilweise durch die ebenfalls ansteigende Löcherladung im Emitter (kleine Beweglichkeit) kompensiert.

Die Ortsabhängigkeit der Eigenleitungsichte (V_4) ist im wesentlichen in der Emitterzone und im Bereich des BE-Übergangs wirksam. Der Einfluß der von der Basis in die Emitterzone injizierte Löcherdichte (vgl. Bild 3.16) wird mit zunehmendem Strom (zunehmender "Eindringtiefe" der Injektionszone) durch die in diesem Bereich auf relativ hohe Werte ansteigende effektive Eigenleitungsichte (vgl. Bild 3.5) stark erhöht. Entsprechend ist der durch Vernachlässigung der Ortsabhängigkeit von n_{ie} entstehende Fehler relativ hoch (V_4). Er steigt etwa linear mit dem Kollektorstrom an. Die am BE-Übergang auftretende Verringerung der Beweglichkeit kompensiert diesen Effekt teilweise.

4.3. Überprüfung der Gültigkeit für den zweidimensionalen Fall

Die Diskussion und Überprüfung der "Integral Charge Control Relation" erfolgte bisher nur für den eindimensionalen Fall. Hier ist wie Bild 4.5 zeigt, eine gute Beschreibung des Kollektorstroms möglich. Beim realen Transistor wird jedoch die Gültigkeit der eindimensionalen Rechnung durch verschiedene zweidimensionale Effekte beeinträchtigt:

- infolge der durch den Spannungsabfall am inneren Basisbahnwiderstand hervorgerufenen Randverdrängung /73/, /74/ nimmt die Anzahl der von der Basis in den Emitter injizierten Löcher vom Rand zur Mitte des Transistors hin ab. Als Folge ist auch der Elektronenstromfluß nicht mehr homogen.
- zusätzlich zum Bodenbereich des Emitters fließt sowohl ein Löcher- als auch ein Elektronenstrom über den Rand der Emitterzone. Hierdurch wird bei vorgegebener BE-Spannung der Kollektorstrom gegenüber dem eindimensionalen Fall erhöht (Randinjektion).
- insbesondere im Hochstrombereich bleibt der Stromfluß nicht rein vertikal (eindimensional). Es kommt zu einer Auffächerung des Elektronenstroms (und der Löcherdichte) im Basis- und Kollektorbereich (vgl. Kapitel 7).

Diese Effekte erfordern es, zusätzlich die Gültigkeit der "Integral Charge Control Relation" für den zweidimensionalen Fall (realen Transistor) zu überprüfen. Hierzu wird das in Kapitel 3 beschriebene zweidimensionale numerische Modell verwendet.

Der Randanteil des Elektronenstroms ist relativ niedrig (vgl. Kap.7). Er kann durch eine Erhöhung der zugrundegelegten Emitterfläche berücksichtigt werden /87/. Bei der zweidimensionalen numerischen Simulation wird daher auf die (mit hohem Aufwand verbundene) Beschreibung des Emitterrandes verzichtet (vgl. Kapitel 3). Entsprechend ist der (geringe) Einfluß der Randinjektion in dem im folgenden gezeigten Vergleich nicht enthalten.

Infolge des Spannungsabfalls am Basisbahnwiderstand (Randverdrängung) ist ein direkter Vergleich der $I_C(U_{B,E})$ -Abhängigkeit nicht sinnvoll. Für $U_{B,E}$ muß eine "effektive" BE-Spannung eingesetzt werden.

Nimmt man an, daß sowohl der Basisstrom als auch der Kollektorstrom exponentiell von dieser "effektiven" BE-Spannung abhängig sind, so erhält man mit

$$I_C = I_{CS} \frac{Q_{p0}}{Q_p} \left(\exp \frac{U_{B,Eeff}}{U_T} - \exp \frac{U_{B,Ceff}}{U_T} \right) \quad (4.27)$$

nach (4.21) und

$$I_B = I_{BS} \exp \frac{U_{B,Eeff}}{m_B U_T} \quad (4.28)$$

nach (5.7) für die Stromverstärkung des zweidimensionalen Transistors.

$$\beta_N = \frac{I_C}{I_B} = \frac{I_{CS}}{I_{BS}} \frac{Q_{p0}}{Q_p} \left(1 - \exp \left(-\frac{U_{CE}}{U_T} \right) \right) \exp \left(\frac{U_{B,Ceff}}{U_T} \left(1 - \frac{1}{m_B} \right) \right) \quad (4.29)$$

Für die betrachteten CE-Spannungen gilt

$$U_{CE} = U_{B,Eeff} - U_{B,Ceff} \gg U_T. \quad (4.30)$$

Weiterhin kann man näherungsweise den Emissionsfaktor des Basisstroms m_B gleich 1 setzen.

Für β_N gilt dann:

$$\beta_N = \frac{I_{CS}}{I_{BS}} \frac{Q_{p0}}{Q_p} = \beta_{N0} \frac{Q_{p0}}{Q_p} \quad (4.31)$$

Bei Gültigkeit der gemachten Annahmen kann somit die "Integral Charge Control Relation" durch Vergleich der Stromverstärkungsverläufe überprüft werden.

Für $U_{CE} = 0,5 \text{ V}$ ist in Bild 4.8 der Vergleich der auf numerisch-zweidimensionale Weise ermittelten Stromverstärkung mit dem Stromverstärkungsverlauf nach (4.31) gezeigt.

Die Konstante B_{NO} wurde hierbei, analog zur Bestimmung von I_{CS} , in der Mitte des interessierenden Strombereiches bestimmt. Für die Löcherladung Q_p wurde im zweidimensionalen Fall die um die Minoritätenladung im äußeren Transistor erweiterte Löcherladung des inneren Transistors zugrundegelegt.

Wie ein Vergleich der beiden Kurven zeigt, wird die Stromverstärkung des zweidimensionalen Transistors durch 4.31 mit ausreichender Genauigkeit beschrieben. Die Integral Charge Control Relation ist damit auch im zweidimensionalen Fall anwendbar. Dies gilt insbesondere dann, wenn man berücksichtigt, daß bei Zugrundelegung der genaueren Beziehung (4.29) der Emissionsfaktor des Basisstroms eine Verbesserung der Genauigkeit ergibt.

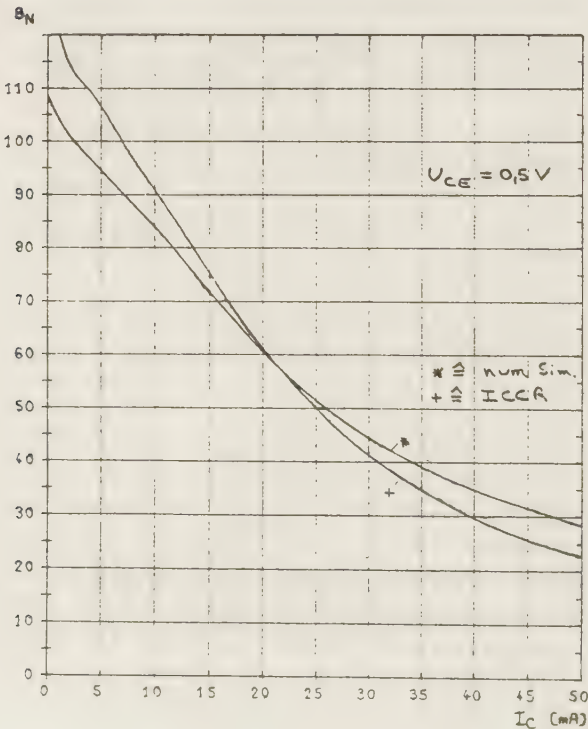


Bild 4.8:
Vergleich der
Stromverstärkung
für $U_{CE} = 0,5 \text{ V}$
(Anpassung bei
 $I_C = 20 \text{ mA}$).

Um die auftretenden Abweichungen im gesamten (relativ großen) Strombereich gering zu halten, wurde für den in Bild 4.8 gezeigten Vergleich die Konstante B_{NO} in der Mitte des Bereichs bestimmt. Hierbei wurde in Kauf genommen, daß im Bereich kleiner Ströme größere Abweichungen entstehen. Diese können vermieden werden, indem man B_{NO} bei kleinen Werten des Kollektorstroms bestimmt. Bild 4.9 zeigt einen Vergleich des so entstehenden $B_N(I_C)$ -Verlaufs mit der numerisch exakten zweidimensionalen Simulation. Gegenüber Bild 4.8 sind die außerhalb des Hochstrombereichs auftretenden Abweichungen deutlich geringer. Im Hochstrombereich wird der entstehende relative Fehler jedoch größer.

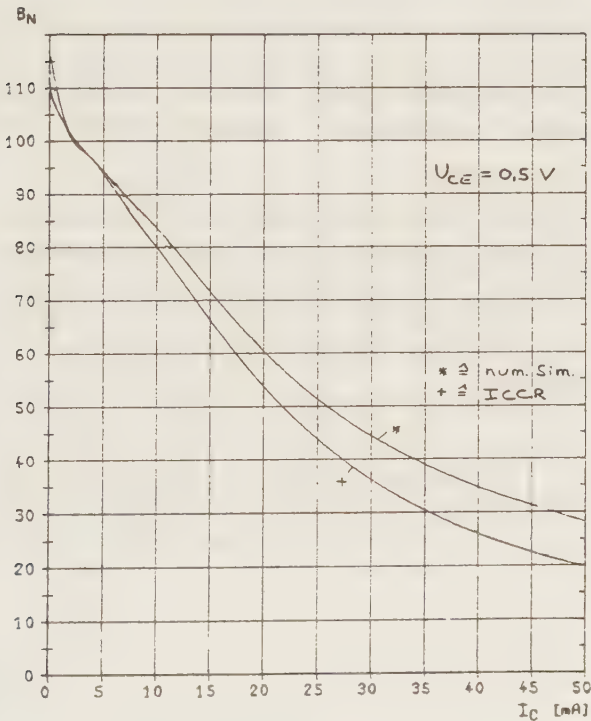


Bild 4.9:

Vergleich der
Stromverstärkung
für $U_{CE} = 0.5V$
(Anpassung bei
 $I_C = 4 mA$).

5. Modell für den "eigentlichen" Transistor

Unter Zugrundelegung der "Integral Charge Control Relation" und der quasistatischen Beschreibbarkeit wird im folgenden ein analytisches Modell für den "eigentlichen" Bipolartransistor angegeben. Die Referenz für die Entwicklung und Überprüfung des Modells stellt die eindimensionale numerisch exakte Simulation dar. Dieses Modell für den "eigentlichen" Transistor wird in Kapitel 7 durch Berücksichtigung von zweidimensionalen Effekten (Stromauffächerung, Randverdrängung und Randinjektion) und durch Hinzufügen der Ersatzschaltbildelemente des "äußeren" Transistors zu einem Modell für den realen integrierten Bipolartransistor erweitert.

Das Modell soll in gebräuchlichen Netzwerkanalyseprogrammen eingesetzt werden (z.B. /61/-/63/). Die Modellgleichungen müssen daher das Verhalten auf analytische Weise und mit vertretbarem Aufwand beschreiben. Dennoch sollte die erzielbare Genauigkeit möglichst groß sein.

Da die üblicherweise verwendeten Modelle (/46/-/60/) im Hochstrombereich z.T. erhebliche Mängel aufweisen, wurde bei der Modellentwicklung besondere Sorgfalt auf die Beschreibung dieses Betriebsbereiches verwendet. In enger Anlehnung an die Physik entstand so ein analytisches Modell, welches das Verhalten auf genaue, in sich konsistente Weise beschreibt.

Das für den "eigentlichen" Transistor gültige Ersatzschaltbild ist im Kapitel 5.5 angegeben. Im folgenden werden die Beziehungen für die Ersatzschaltbildelemente hergeleitet und ihre Gültigkeit durch Vergleich mit der numerisch exakten Simulation überprüft.

5.1. Stromquellen und Dioden

Das statische Verhalten des Bipolartransistors wird durch den über die beiden Diodenstrecken fließenden Basisstrom und den durch die BE- und BC-Spannung gesteuerten Kollektorstrom (Transferstrom) beschrieben.

5.1.1. Kollektorstromquelle i_{CO}

Wie in Kapitel 4 gezeigt, wird der statische Kollektorstrom mit guter Genauigkeit durch die Beziehung

$$I_C = i_{CO} = I_{CS} \frac{Q_{p0}}{Q_p} \left(\exp \frac{U_{B'E}}{U_T} - \exp \frac{U_{B'C}}{U_T} \right) \quad (5.1)$$

beschrieben. Parameter sind hierbei der Sättigungsstrom I_{CS} und die Löcherladung Q_{p0} .

Die Gesamtlöcherladung Q_p kann wie in Kapitel 5.3 beschrieben durch Integration der Kleinsignalgrößen bestimmt werden.

Die der Gleichung (5.1) zugrundeliegende "Integral Charge Control Relation" ist für den allgemeinen Fall anwendbar. Der Kollektorstrom i_{CO} , die Steuerspannungen $U_{B'E}$ und $U_{B'C}$ und die Löcherladung Q_p sind daher keine rein statischen Größen, sondern i.a. als zeitabhängig anzusehen. Entsprechendes gilt für den in Kap. 5.1.2. definierten Basisstrom i_{BO} .

Zur Herleitung der Modellgleichungen ist folgende Aufspaltung von (5.1) zweckmäßig:

$$i_{CO} = i_N - i_I \quad (5.2)$$

mit

$$i_N = I_{CS} \frac{Q_{p0}}{Q_p} \exp \frac{U_{B'E}}{U_T} \quad (5.3)$$

$$i_I = I_{CS} \frac{Q_{p0}}{Q_p} \exp \frac{U_{B'C}}{U_T} \quad (5.4)$$

5.1.2 Diodenstrom i_{BO}

Der im statischen Fall fließende Basisstrom wird durch den Rekombinationsstrom i_{BO} beschrieben. Er besteht aus zwei Anteilen, dem Strom durch die BE- und dem Strom durch die BC-Diode.

$$I_B = i_{BO} = i_{BE0} + i_{BC0} \quad (5.5)$$

Für den hier betrachteten "eigentlichen" Transistor ist, infolge der sehr geringen Rekombinationsrate in der Epitaxiezone, der von der Basis zum Kollektor fließende Rekombinationsstrom vernachlässigbar klein. Wie die numerische Simulation zeigt, gilt dies für den gesamten interessierenden Strom- und Spannungsbereich.

Anders sind die Verhältnisse beim "realen" Transistor. Hier fließt bei ausreichend großer Spannung u_{BC} (kleinem u_{CE}) ein Strom über die äußere BC-Strecke, so daß im vollständigen Ersatzschaltbild des Transistors eine äußere BC-Diode enthalten sein muß.

Im Ersatzschaltbild des eigentlichen Transistors kann jedoch die BC-Diode in sehr guter Näherung vernachlässigt werden:

$$i_{BC0} \approx 0 \quad (5.6)$$

Der über die BE-Diode fließende Strom wird durch die "Shockley-Beziehung"

$$i_{BO} \approx i_{BE0} = I_{BS} \exp\left(\frac{u_{BE}}{m_B U_T}\right) \quad (5.7)$$

mit dem Sättigungsstrom I_{BS} und dem Emissionsfaktor m_B beschrieben.

Ein Vergleich des mit den Parametern (vgl. Kapitel 8.1.1)

$$I_{BS} = 2,789 \cdot 10^{-18} \text{ A}$$

$$m_B = 1,022$$

berechneten $I_B(u_{BE})$ -Verlaufs mit den numerisch ermittelten Werten zeigt, daß die Spannungsabhängigkeit des Basisstroms durch (5.7) im gesamten Bereich mit sehr guter Genauigkeit nachgebildet wird.

5.2. Kapazitäten

Der gesamte Basisstrom des "eigentlichen" Transistors besteht aus dem Rekombinationsanteil nach (5.7) und dem dynamischen Anteil, welcher eine zeitliche Änderung der Löcherladung bewirkt (vgl. Kapitel 5.4)

$$i_B = i_{B0} + \frac{dq_p}{dt} \quad (5.8)$$

Diese Änderung der Löcherladung wird hervorgerufen durch:

- den Strom über die Sperrschichtkapazitäten (Änderung der Raumladungen),
- die Neutralisierung der vom Emitter in die Basis injizierten Elektronen,
- die Injektion von Löchern in den Emitter und
- die Injektion von Löchern in den Kollektor (im Hochstrombereich und bei sehr kleinen CE-Spannungen).

Die von der Basis in die Emitter- bzw. Kollektorzone injizierten Löcher bilden dort Minoritäten und werden "sofort" (innerhalb der thermischen Relaxationszeit) durch Elektronen neutralisiert.

Die Gesamtladungsänderung dq_p besteht damit aus der Änderung der Sperrschichtladung q_s nach (5.15) und der Änderung der neutralisierten Minoritätenladung q_m .

$$dq_p = dq_s + dq_m \quad (5.9)$$

Die Minoritätenladung q_m kann durch Integration über die Minoritätendichte

$$m = \begin{matrix} p & p < n \\ n & p \geq n \end{matrix} \quad (5.10)$$

bestimmt werden:

$$q_m = q A_E \int_{x_E}^{x_C} m \, dx \quad (5.11)$$

Bei verschwindender Feldstärke an den Kontakten des Transistors folgt aus der Poisson-Gleichung

$$\int_{E(x_E)}^{E(x_C)} dE = E(x_C) - E(x_E) = \frac{q}{\epsilon} \int_{x_E}^{x_C} (p-n+N) dx = 0. \quad (5.12)$$

Dann gilt folgende Neutralitätsbeziehung für die Elektronen- und Löcherladung

$$q_p = |q_n| - q A_E \int_{x_E}^{x_C} N dx \quad (5.13)$$

bzw. für die Ladungsänderungen

$$dq_p - dq_n = 0. \quad (5.14)$$

Die Änderung der Sperrschichtladung in der Basis ist daher immer gleich der negativen Summe der Sperrschichtladungsänderungen in Emitter und Kollektor. Es gilt

$$dq_S = dq_{SE} = - (dq_{SE} + dq_{SC}) \quad (5.15)$$

mit

$$\begin{aligned} q_{SE} &= q A_E \int_{x_{SE}}^{x_{SC}} (p-n) dx \\ q_{SE} &= q A_E \int_{x_E}^{x_{SE}} (p-n) dx \\ q_{SC} &= q A_E \int_{x_{SE}}^{x_C} (p-n) dx. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Hierbei gibt x_E den Ort des Emitter- und x_C den Ort des Kollektor-kontakts an.

Die Integrationsgrenzen x_{SE} und x_{SC} sind definiert durch:

$$p(x_{SE}) = n(x_{SE}) \quad \text{im Bereich des BE-Übergangs}$$

und

$$p(x_{SC}) = n(x_{SC}) \quad \text{im Bereich des BC-Übergangs.} \quad (5.17)$$

Die zeitliche Änderung der Löcherladung wird durch die Bildung des vollständigen Differentials mit der zeitlichen Änderung der Klemmspannungen verknüpft:

$$\frac{dq_p}{dt} = \left. \frac{\partial q_p}{\partial u_{B,E}} \right|_{u_{B,C}} \frac{du_{B,E}}{dt} + \left. \frac{\partial q_p}{\partial u_{B,C}} \right|_{u_{B,E}} \frac{du_{B,C}}{dt} \quad (5.18)$$

Wie in Kapitel 5.4 gezeigt, können im gesamten Arbeitsbereich die partiellen Differentialquotienten in (5.18) durch die quasistatischen Ableitungen ersetzt werden. Es gilt mit guter Näherung

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial q_p}{\partial u_{B,E}} \right|_{u_{B,C}} &\approx \left. \frac{\partial q_p}{\partial u_{B,E}} \right|_{u_{B,C}} = C_E \\ \left. \frac{\partial q_p}{\partial u_{B,C}} \right|_{u_{B,E}} &\approx \left. \frac{\partial q_p}{\partial u_{B,C}} \right|_{u_{B,E}} = C_C \end{aligned} \quad (5.19)$$

Der dynamische Anteil des Basisstroms kann daher gut durch die frequenzunabhängigen Kapazitäten C_E und C_C beschrieben werden:

$$\frac{dq_p}{dt} = C_E \frac{du_{B,E}}{dt} + C_C \frac{du_{B,C}}{dt} \quad (5.20)$$

Entsprechend zur Aufteilung der Löcherladung in Sperrschicht- und Minoritätenladung werden die Kapazitäten C_E und C_C in Sperrschicht- und Diffusionskapazitäten unterteilt.

5.2.1 Sperrschichtkapazitäten

Der durch die Änderung der Sperrschichtladung hervorgerufene Basisstrom besteht mit

$$dQ_S = - (dQ_{SE} + dQ_{SC}) \quad (5.21)$$

aus vier Anteilen:

- dem Strom durch die BE-Sperrschichtkapazität C_{SE}

$$i_{BCSE} = \left. \frac{\partial Q_{SE}}{\partial U_{B'E}} \right|_{U_{B'C}} \frac{dU_{B'E}}{dt} = C_{SE} \frac{dU_{B'E}}{dt} \quad (5.22)$$

- dem Strom durch die BC-Sperrschichtkapazität C_{SC}

$$i_{BCSC} = \left. \frac{\partial Q_{SC}}{\partial U_{B'C}} \right|_{U_{B'E}} \frac{dU_{B'C}}{dt} = C_{SC} \frac{dU_{B'C}}{dt} \quad (5.23)$$

- und den Strömen

$$i_{BRC} = \left. \frac{\partial Q_{SC}}{\partial U_{B'E}} \right|_{U_{B'C}} \frac{dU_{B'E}}{dt} \quad (5.24)$$

- und

$$i_{BRE} = \left. \frac{\partial Q_{SE}}{\partial U_{B'C}} \right|_{U_{B'E}} \frac{dU_{B'C}}{dt} \quad (5.25)$$

Die Verhältnisse werden deutlich, wenn man, wie in den Bildern 5.1 und 5.2 dargestellt, die Änderung der Differenz von Löcher- und Elektronendichte über dem Ort betrachtet.

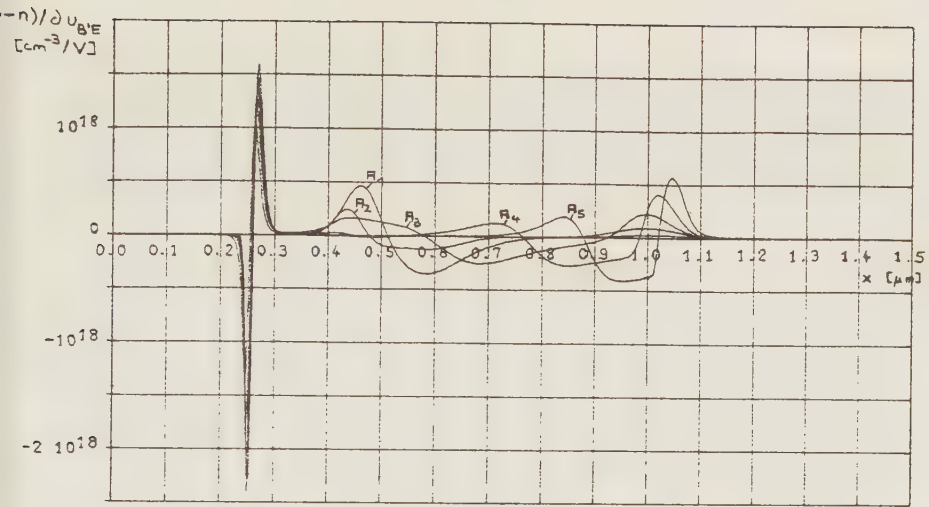


Bild 5.1: Änderung der Differenz der Löcher- und Elektronendichte mit der BE-Spannung ($U_{B,C} = \text{const.}$).

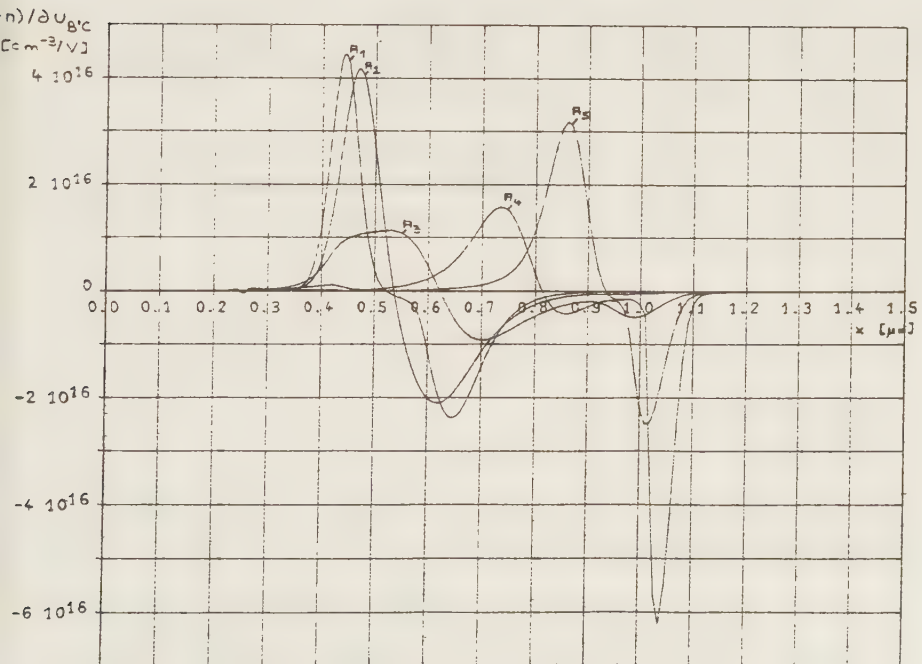


Bild 5.2: Änderung der Differenz der Löcher- und Elektronendichte mit der BC-Spannung ($U_{B,C} = \text{const.}$).

Man erkennt, daß die Änderung der BE-Spannung bei konstanter BC-Spannung eine Änderung der Raumladung im Bereich des BE-Übergangs hervorruft. Diese Ladungsänderung wird durch die BE-Sperrschichtkapazität beschrieben. Zusätzlich tritt eine nicht zu vernachlässigende Änderung der Raumladung in der BC-Zone des Transistors auf.

Eine Erhöhung von U_{BE} bewirkt eine Erhöhung des Kollektorstroms. Hierdurch ändert sich der Spannungsabfall am Kollektorbahnwiderstand und damit die Spannungen über den Raumladungszonen am Basis-Kollektor- und Kollektor-Substrat-Übergang. Zusätzlich erhöhen sich bei größeren Strömen die Ladungsträgerdichten in den Raumladungszonen. Beide Effekte bewirken eine Änderung der Raumladung und damit einen Stromfluß über die BC-Strecke (i_{BRC}).

Entsprechend sind die Verhältnisse bei Änderung der BC-Spannung und konstanter BE-Spannung. Da der Emitterbahnwiderstand der untersuchten Transistoren sehr klein ist, bleibt die Änderung der Sperrschichtladung im BE-Bereich sehr gering und der Strom i_{BRE} vernachlässigbar klein. Zu beobachten ist daher nur eine Änderung der Raumladung im Kollektorbereich, welche durch die BC-Sperrschichtkapazität C_{SC} beschrieben wird.

Weiterhin erkennt man, daß sich der Schwerpunkt der Raumladungsänderung mit zunehmendem Kollektorstrom (nach Einsetzen des Hochstromeffekts im Kollektor) vom Basis-Kollektor- zum Kollektor-Substrat-Übergang verlagert.

Der Strom i_{BRC} ist direkt abhängig von der Änderung des Kollektorstroms mit der BE-Spannung. Er wird daher sinnvollerweise mit

$$\left. \frac{\partial Q_{SC}}{\partial U_{B'E}} \right|_{U_{B'C}} = \frac{\partial Q_{SC}}{\partial I_C} \left. \frac{\partial I_C}{\partial U_{B'E}} \right|_{U_{B'C}} = \tau_{RC} \cdot S_N \quad (5.26)$$

durch die Zeitkonstante τ_{RC} und die in Abschnitt 5.2.2 definierte Steilheit S_N beschrieben.

Zur Beschreibung der Änderung der Sperrschichtladung müssen daher bei vernachlässigbarem Stromanteil i_{BRE} , die beiden Sperrschichtkapazitäten C_{SE} und C_{SC} und die Zeitkonstante τ_{RC} betrachtet werden.

5.2.1.1 BE-Sperrschichtkapazität

Für Sperrspannungen und kleine Werte der Flußspannung kann man den Einfluß der beweglichen Ladungsträger vernachlässigen und die Spannungsabhängigkeit von C_{SE} durch die bekannte Beziehung

$$C_{SE} = C_{SEO} \frac{1}{\left(1 - \frac{U_{B,E}}{U_{DE}}\right)^{1/n_E}} \quad (5.27)$$

mit den Parametern C_{SEO} , U_{DE} und n_E beschreiben.

Bei höheren Flußspannungen (Stromfluß) wird der Einfluß der beweglichen Ladungsträger merklich und die Gleichung (5.27) verliert ihre Gültigkeit. Der im Verlauf nach (5.27) auftretende Pol bei $U_{B,E} = U_{DE}$ tritt daher beim realen Transistor nicht auf. Die BE-Sperrschichtkapazität erreicht bei einer Spannung $U_{BEK} < U_{DE}$ ihr Maximum und fällt bei höheren Spannungen steil ab.

Dieser Abfall wird im Modell dadurch berücksichtigt, daß der Verlauf nach (5.27) für $U_{B,E} > U_{BEK}$ an U_{BEK} gespiegelt wird. Dies erreicht man durch die Beziehung

$$C_{SE} = \frac{C_{SEO}}{\left(\frac{|U_{BEK} - U_{B,E}| + |U_{DE} - U_{BEK}|}{U_{DE}}\right)^{1/n_E}} \quad (5.28)$$

Die sich nach (5.28) mit den Parametern

$$\begin{aligned} C_{SEO} &= 0,1858 \text{ pF} \\ U_{DE} &= 0,89 \text{ V} \\ n_E &= 2 \\ U_{BEK} &= 0,77 \text{ V} \end{aligned}$$

ergebende Verlauf ist in Bild 5.3 im Vergleich zum numerisch ermittelten Verlauf dargestellt. Man erkennt, daß sich $C_{SE}(U_{B,E})$ durch (5.28) auch im Bereich großer Flußspannungen mit guter Genauigkeit beschreiben läßt.

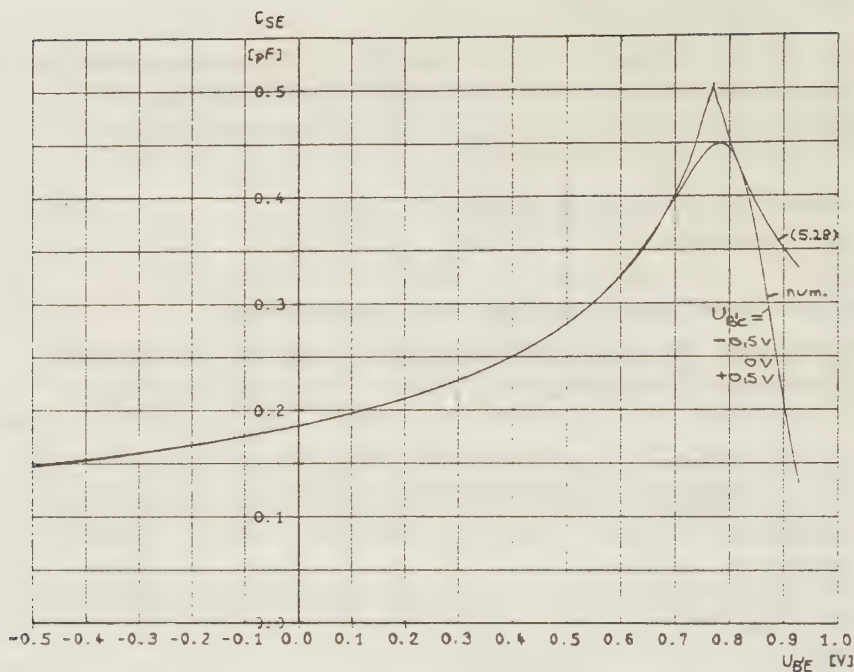


Bild 5.3: Vergleich der numerisch ermittelten Spannungsabhängigkeit der BE-Sperrschichtkapazität C_{SE} mit dem Verlauf nach (5.28).

Weiterhin sieht man, daß sich die für die drei BC-Spannungen $U_{B,C} = -0,5$ bis $+0,5$ V dargestellten numerisch ermittelten Verläufe $C_{SE}(U_{B,E})$ nicht unterscheiden. Die BE-Sperrschichtkapazität ist damit im betrachteten Spannungsbereich unabhängig von den Verhältnissen am BC-Übergang.

Die Parameter C_{SE0} , U_{DE} und n_E können durch einfache Brückenmessungen im Bereich kleiner Flußspannungen bzw. bei Sperrspannungen bestimmt werden (vgl. Kap. 8.2).

Der Wert von U_{BEK} ist abhängig vom Emitter- und Basisprofil des Transistors. Da in dem entsprechenden Flußspannungsbereich eine direkte Messung der Sperrschichtkapazität nicht mehr möglich ist (dominierender Einfluß der Diffusionskapazität), muß zur Bestimmung von U_{BEK} die numerische Simulation zugrunde gelegt werden.

Der aus dem Verlauf in Bild 5.3 bestimmte Wert $U_{BEK} = 0,77 \text{ V}$ entspricht einer Kollektorstromdichte von etwa 1 kA/cm^2 . Für die betrachteten schnellen Bipolartransistoren erscheint es daher sinnvoll, für U_{BEK} den der Kollektorstromdichte $J_C = 1 \text{ kA/cm}^2$ entsprechenden Wert der "inneren" BE-Spannung zu wählen. U_{BEK} wird dann nach folgender Definitionsgleichung bestimmt:

$$U_{BEK} = U_{B'E}(I_C/A_E = 1 \text{ kA/cm}^2, U_{BC} = 0)$$

Dieser Wert kann leicht aus der statischen $I_C(U_{BE})$ -Messung ermittelt werden.

5.2.1.2 BC-Sperrschichtkapazität

Ist die BE-Spannung klein, d.h. der Transistor gesperrt, so sind die Verhältnisse ähnlich wie bei der BE-Sperrschichtkapazität. Für negative und niedrige positive Werte von $U_{B'C}$ sind die beweglichen Ladungsträger vernachlässigbar und C_{SC} ist über die Beziehung

$$C_{SC} = C_{SCO} \frac{1}{(1 - \frac{U_{B'C}}{U_{DC}})^{1/n_C}} \quad (5.29)$$

von der Spannung $U_{B'C}$ abhängig. Bei ausreichend hohen Flußspannungen wird der Einfluß der beweglichen Ladungsträger merklich. Die BC-Sperrschicht fällt dann nach Erreichen eines Maximalwertes bei $U_{B'C} = U_{BCK}$ wieder ab.

Ist der Transistor leitend, so wird C_{SC} stark von dem über die BC-Strecke fließenden Kollektorstrom beeinflusst. Dies geschieht dadurch, daß mit zunehmendem Strom die Elektronendichte in der Raumladungszone ansteigt, und (bedingt durch den Spannungsabfall am Kollektorbahnwiderstand) die Spannung über der Sperrschichtkapazität abnimmt.

Die hieraus resultierende Verringerung von C_{SC} mit steigender BE-Spannung ist in Bild 5.4 zu erkennen. Hier ist der numerisch ermittelte Verlauf von C_{SC} für verschiedene Werte von $U_{B'E}$ aufgetragen. Weiterhin erkennt man, daß sich die Spannung U_{BCK} , ab der C_{SC} wieder abfällt, mit zunehmender BE-Spannung zu negativen Werten hin verändert.

Gelangt der Transistor in den Hochstrombereich, d.h. injiziert die Basis Löcher in die Kollektorzone, so wird die BC-RLZ von sich gegenseitig neutralisierenden Ladungsträgern überschwemmt. Die Raumladungsänderung im Bereich des BC-Übergangs wird sehr gering (vgl. Bild 5.2). Eine Änderung der Raumladung tritt nur noch im Bereich des Kollektor-Substrat-Übergangs auf. Sie wird durch die sich ändernde Elektronendichte hervorgerufen, wobei sich die positive und negative Raumladungsänderung etwa kompensieren. Der über die BC-Zone fließende Umladestrom wird durch die geringe positive Raumladungsänderung im BC-Bereich bestimmt und bleibt entsprechend klein. Dies hat zur Folge, daß die BC-Sperrschichtkapazität für Kollektorströme, die größer als der Einsatzstrom des Hochstromeffektes sind, auf vernachlässigbar kleine Werte absinkt. Die so entstehende Stromabhängigkeit von C_{SC} ist in Bild 5.5 dargestellt.

Sowohl die Abnahme von C_{SC} mit zunehmender BE-Spannung als auch der Abfall bei hohen Werten von $U_{B'E}$ werden durch folgende Beziehung mit ausreichender Genauigkeit beschrieben:

$$C_{SC} = C_{SC0} \left(\frac{U_{DC}}{|3 U_{DC} - 2 U_{BCK}|} \right)^{1/n_C} \quad (5.30)$$

$$\left(\frac{U_{DC}}{|U_{DC} - U_{BCK}| + 3 |U_{BCK} - U_{B'E}| - 2(U_{BCK} - U_{B'E})} \right)^{1/n_C}$$

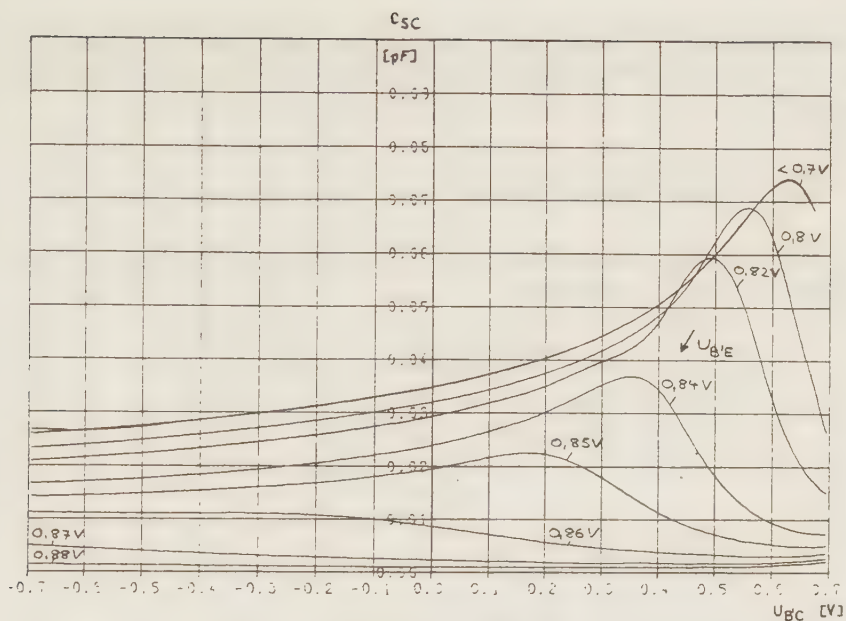


Bild 5.4: Verlauf der BC-Sperrschichtkapazität C_{SC} für verschiedene Werte der BE-Spannung.

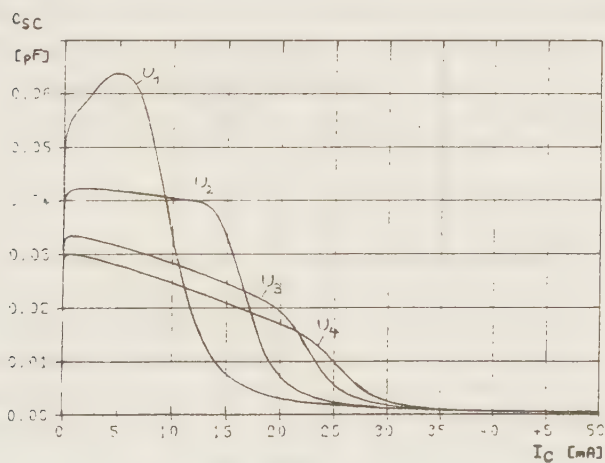


Bild 5.5: BC-Sperrschichtkapazität C_{SC} .

Die Spannung U_{BCK} entspricht hierbei dem Wert der BC-Spannung, für den bei vorgegebenem Kollektorstrom der Transistor den Hochstrombereich erreicht. Sie wird mit der Näherung (vgl. 6.74)

$$U_{CE} - U_{CES} = U_{B'E} - U_{B'C} - U_{CES} \approx U_{CC} - U_{B'C}$$

und mit $I_C \stackrel{!}{=} I_{Ein}$ iterativ aus der für den Einsatzstrom gültigen Beziehung (6.73) berechnet:

$$I_C = \frac{U_{DC} - U_{BCK}}{R_{CO}} \frac{1 + \frac{U_{DC} - U_{BCK}}{U_{KO}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{U_{DC} - U_{BCK}}{U_{lim}}\right)^2}} \quad (5.31)$$

Die sich ergebende Polynomgleichung

$$\frac{U^4}{U_{KO}^2} + 2 \frac{U^3}{U_{KO}} + \left(1 - \left(\frac{R_{CO} I_C}{U_{lim}}\right)^2\right) U^2 - (R_{CO} I_C)^2 = 0$$

für $U = U_{DC} - U_{BCK}$ kann unter Verwendung des Newton-Verfahrens in wenigen Iterationsschritten gelöst werden. Hierbei kann der, durch Vernachlässigung des kubischen Terms entstehende Näherungswert

$$U \approx U_{KO} \sqrt{-\frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{R_{CO} I_C}{U_{lim}}\right)^2\right)} + \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{R_{CO} I_C}{U_{lim}}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{R_{CO} I_C}{U_{KO}}\right)^2}$$

als Anfangslösung verwendet werden.

Außer den, durch Kapazitätsmessungen in einfacher Weise zu bestimmenden Parametern C_{SC} , U_{DC} und n_C werden keine zusätzlichen Parameter zur Beschreibung der Strom- und Spannungsabhängigkeit von C_{SC} benötigt. Die zur Berechnung von U_{BCK} verwendeten Parameter R_{CO} , U_{lim} , U_{KO} und U_{CES} werden in Kapitel 5.1. zur Berechnung des Einsatzstromes des Hochstromeffekts verwendet und sind der Beschreibung der Minoritätenzeitkonstante τ_N zuzuordnen.

Einen Vergleich der nach (5.30) berechneten Stromabhängigkeit von C_{SC} mit den numerisch ermittelten Verläufen zeigt Bild 5.6.

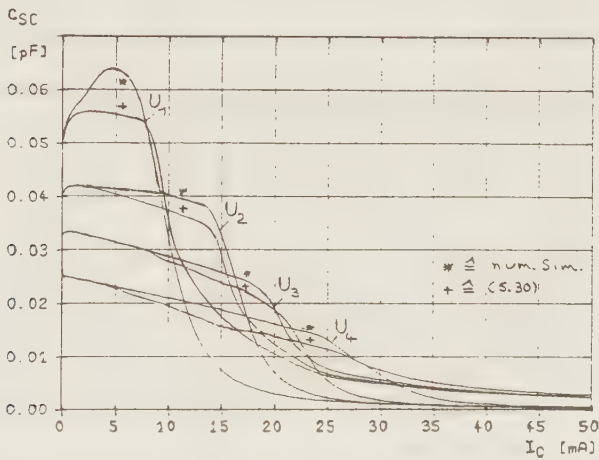


Bild 5.6: Vergleich der numerisch ermittelten BC-Sperrschichtkapazität mit dem Verlauf nach Gleichung (5.30)

5.2.1.3. Kollektorzeitkonstante

Der Verlauf der durch

$$\tau_{RC} = \left. \frac{\partial Q_{SC}}{\partial I_C} \right|_{U_{B'C}} \quad (5.32)$$

definierten Kollektorzeitkonstanten zeigt Bild 5.7.

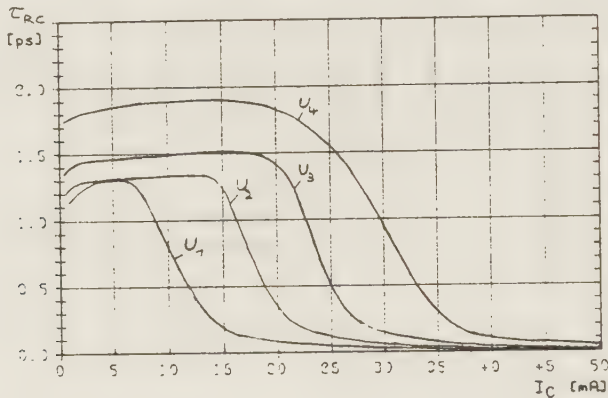


Bild 5.7: Kollektorzeitkonstante τ_{RC} .

Man erkennt, daß τ_{RC} außerhalb des Hochstrombereichs nahezu konstant ist. Gelangt der Transistor in den Hochstrombereich, so fällt τ_{RC} (bedingt durch die Abnahme von C_{SC}) auf vernachlässigbar kleine Werte ab.

Die Kollektorzeitkonstante wird im Ersatzschaltbild durch Einführung einer "effektiven" Minoritätenzeitkonstante

$$\tau_N^* = \tau_N + \tau_{RC}$$

berücksichtigt. (vgl. Kap. 5.2.2.1)

5.2.1.4 Einfluß des Kollektorbahnwiderstandes

Die Üblicherweise vorgenommene Unterteilung der Kollektorzone in ein neutrales Bahngebiet und eine ladungsträgerfreie Raumladungszone ist für die untersuchten schnellen Bipolartransistoren mit geringer Weite der Epitaxieschicht nur sehr bedingt möglich.

Wie die Bilder 3.16 und 3.17 zeigen, ist auch außerhalb des Hochstrombereichs die Ladungsträgerdichte in der Raumladungszone nicht vernachlässigbar klein. Gelangt der Transistor in den Hochstrombereich, so wird die RLZ durch die von der Basis injizierten Löcher überschwemmt. Der resultierende Anstieg der Elektronendichte hat eine drastische Reduzierung der Sperrschichtkapazität zur Folge. Für höhere Injektionsgrade wird der Kollektorbahnwiderstand R_{Ci} infolge der ansteigenden Feldstärke (Erreichen der Sättigungsdriftgeschwindigkeit) stark erhöht. Eine genaue Beschreibung von R_{Ci} ist dann nur mit relativ hohem Aufwand möglich.

Einfacher ist es, den Einfluß von R_{Ci} nicht als Ersatzschaltbild-element, sondern durch eine entsprechende Modellierung der Strom- und Spannungsabhängigkeit der Sperrschicht- und Diffusionskapazitäten zu beschreiben. Entsprechendes gilt prinzipiell für den (in der Regel vernachlässigbar kleinen) Emitterbahnwiderstand. In dem in diesen Abschnitt vorgestellten Ersatzschaltbild für den "eigentlichen" Transistor sind deshalb keine Bahnwiderstände enthalten. Sämtliche Ersatzschaltbildelemente werden in Abhängigkeit von den "Klemmspannungen" $u_{B'E}$ und $u_{B'C}$ angegeben.

Die folgende Abschätzung soll zeigen, welche Auswirkungen dies auf die Kollektor-Basis-Sperrschichtkapazität des Ersatzschaltbildes hat.

Unter der Voraussetzung, daß die Kollektorzone in eine Raumladungszone und ein Bahngebiet mit dem Widerstand R_{Ci} unterteilt werden kann, gilt für die über der Raumladungszone anliegende Spannung:

$$u_{B'C'} = u_{B'C} + R_{Ci} i_C \quad (5.33)$$

Die eigentliche Sperrschichtkapazität ergibt sich durch Ableitung der Sperrschichtladung nach der Spannung $u_{B'C'}$.

$$C_{SC'} = \left. \frac{\partial Q_{SC}}{\partial u_{B'C'}} \right|_{u_{B'E}} \quad (5.34)$$

Sie ist mit der Sperrschichtkapazität des Ersatzschaltbildes (5.23) verknüpft durch

$$C_{SC'} = \frac{\partial Q_{SC}}{\partial u_{B'C}} \frac{\partial u_{B'C}}{\partial u_{B'C'}} \Big|_{u_{B'E}} = C_{SC} \frac{\partial u_{B'C}}{\partial u_{B'C'}} \Big|_{u_{B'E}}. \quad (5.35)$$

Für konstanten Kollektorbahnwiderstand

$$R_{Ci} = \text{const.}$$

folgt

$$\frac{\partial u_{B'C'}}{\partial u_{B'C}} \Big|_{u_{B'E}} = 1 - R_{Ci} S_I \quad (5.36)$$

bzw.

$$C_{SC} = C_{SC'} (1 - R_{Ci} S_I). \quad (5.37)$$

Hierbei ist S_I die in Kapitel 5.2.2 definierte Steilheit

$$S_I = - \left. \frac{\partial i_C}{\partial u_{B'C}} \right|_{u_{B'E}}. \quad (5.38)$$

C_{SC} wird somit durch den Einfluß des Kollektorbahnwiderstandes gegenüber der "eigentlichen" Sperrschichtkapazität verringert.

Die Zeitkonstante τ_{RC} kann mit

$$\tau_{RC} = \frac{\partial Q_{SC}}{\partial i_C} \Big|_{U_{B'C}} = \frac{\partial Q_{SC}}{\partial u_{B'C'}} \frac{\partial u_{B'C'}}{\partial i_C} \Big|_{U_{B'C}} \quad (5.39)$$

und der Annahme

$$\frac{\partial Q_{SC}}{\partial u_{B'C'}} \Big|_{U_{B'C}} \approx \frac{\partial Q_{SC}}{\partial u_{B'C'}} \Big|_{U_{B'E}} = C_{SC'} \quad (5.40)$$

durch das Produkt

$$\tau_{RC} = R_{Ci} C_{SC'} \quad (5.41)$$

beschrieben werden.

Für den inneren Kollektorbahnwiderstand erhält man dann näherungsweise

$$R_{Ci} = \frac{\tau_{RC}}{C_{SC'}} = \frac{\tau_{RC}}{C_{SC}} (1 - R_{Ci} S_I) = \frac{\tau_{RC}}{C_{SC} + \tau_{RC} S_I} \quad (5.42)$$

Mit (5.42) kann (5.39) in der Form

$$C_{SC} = C_{SC'} - \tau_{RC} S_I \quad (5.43)$$

dargestellt werden. Mit Hilfe der, bei der numerischen Simulation leicht zu ermittelnden Größen τ_{RC} und S_I ist dann ein direkter Vergleich von C_{SC} und $C_{SC'}$ möglich.

Ein merklicher Unterschied zwischen den beiden Größen tritt nach (5.43) nur dann auf, wenn sowohl τ_{RC} als auch S_I ausreichend groß sind. Wie ein Vergleich der Bilder 5.7, 5.17 und 5.11 zeigt, ist dies nur im Bereich der "Flanke" des $\tau_N(I_C)$ -Anstiegs der Fall.

Dies wird auch durch die in Bild 5.8 dargestellte Stromabhängigkeit der Sperrschichtkapazitäten bestätigt. Man erkennt, daß die Abweichung zwischen C_{SC} und C_{SC}' gering bleibt.

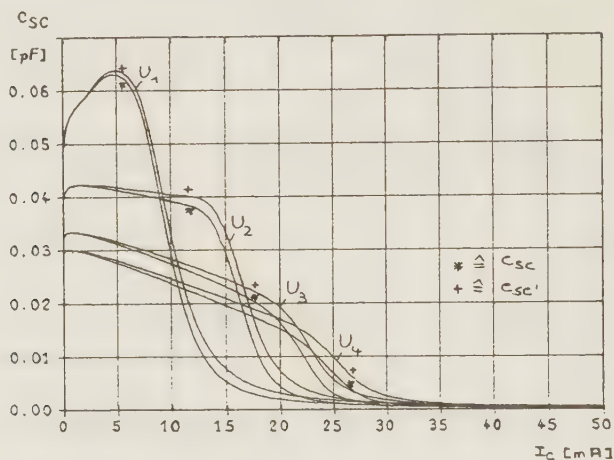


Bild 5.8: Vergleich der Sperrschichtkapazitäten C_{SC} und C_{SC}' .

Im Ersatzschaltbild kann somit die durch die Ableitung nach der "Klemmenspannung" $u_{B'C}$ definierte Kapazität C_{SC} verwendet werden, ohne daß der innere Kollektorbahnwiderstand zu einer merklichen Verfälschung führt.

5.2.2. Diffusionskapazitäten

Die Diffusionskapazitäten beschreiben die Änderung der Minoritätenladung Q_m . Sie erhält man nach (5.11) durch Integration über die durch (5.10) definierte Minoritätendichte m .

Die Ortsabhängigkeit der in den Arbeitspunkten A1-A5 im Transistor vorhandenen Minoritätendichte zeigt Bild 5.9.

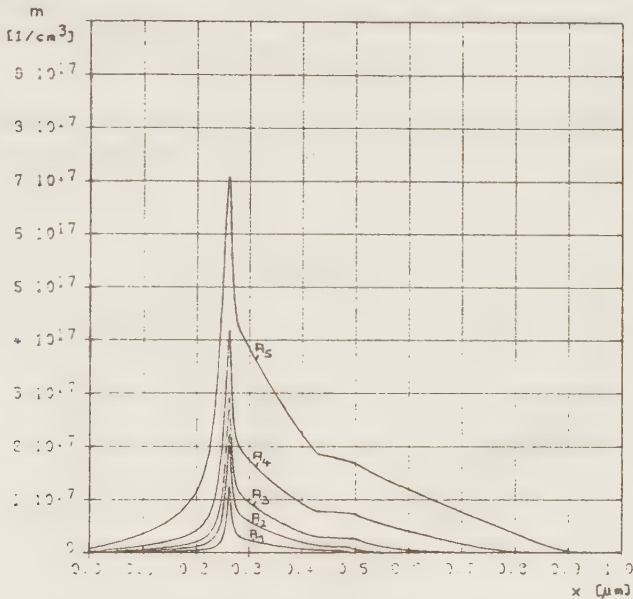


Bild 5.9: Ortsabhängigkeit der Minoritätendichte m .

Man erkennt, daß sich die Minoritätenladung bei kleinen Strömen im wesentlichen im Bereich des BE-Übergangs befindet. Bei größeren Strömen (Hochstrombereich) verlagert sie sich in zunehmendem Maße zur Kollektorzone hin.

Analog zu den Sperrschichtkapazitäten werden auch die Diffusionskapazitäten in die BE- und BC-Diffusionskapazität unterteilt.

5.2.2.1. Basis-Emitter-Diffusionskapazität

Die BE-Diffusionskapazität C_{DE} beschreibt die Änderung der neutralisierten Minoritätenladung mit der BE-Spannung. Sie ist über die Steilheit

$$S_N = \left. \frac{\partial I_C}{\partial U_{B'E}} \right|_{U_{B'C}} \quad (5.44)$$

mit der Minoritätenzeitkonstanten

$$\tau_N = \left. \frac{\partial Q_m}{\partial I_C} \right|_{U_{B'C}} \quad (5.45)$$

verknüpft:

$$C_{DE} = \left. \frac{\partial Q_m}{\partial U_{B'E}} \right|_{U_{B'C}} = \frac{\partial Q_m}{\partial I_C} \left. \frac{\partial I_C}{\partial U_{B'E}} \right|_{U_{B'C}} = \tau_N S_N \quad (5.46)$$

Die Steilheit S_N erhält man durch Ableitung von (5.1) nach $U_{B'E}$ zu:

$$S_N = \frac{I_N}{U_T} - \frac{I_C}{Q_P} \left. \frac{\partial Q_P}{\partial U_{B'E}} \right|_{U_{B'C}} \quad (5.47)$$

Mit

$$\left. \frac{\partial Q_P}{\partial U_{B'E}} \right|_{U_{B'C}} = \left. \frac{\partial Q_m + \partial Q_s}{\partial U_{B'E}} \right|_{U_{B'C}} = C_{DE} + C_{SE} + \tau_{RC} S_N \quad (5.48)$$

folgt

$$S_N = \frac{I_N}{U_T} - \frac{I_C}{Q_P} (C_{DE} + C_{SE} + \tau_{RC} S_N) \quad (5.49)$$

Mit (5.46) und

$$\tau_N^* = \tau_N + \tau_{RC} \quad (5.50)$$

gilt dann:

$$S_N = \frac{I_N}{U_T} \frac{1}{1 + \tau_N^* I_C / Q_p} - \frac{C_{SE} U_T}{Q_p} \frac{I_C}{U_T} \frac{1}{1 + \tau_N^* I_C / Q_p} \quad (5.51)$$

Im gesamten Arbeitsbereich kann in (5.51) der zweite Term gegenüber dem ersten vernachlässigt werden und man erhält (s.a. /89/)

$$S_N = \frac{I_N}{U_T} \frac{1}{1 + \tau_N^* I_C / Q_p} \quad (5.52)$$

Einen Vergleich der Steilheit nach (5.52) mit den numerisch bestimmten Werten zeigt Bild 5.10. Man erkennt, daß (5.52) den Verlauf gut beschreibt.

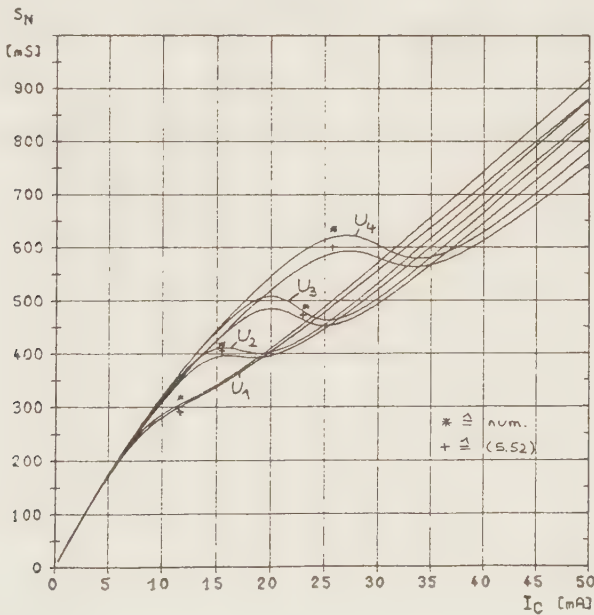


Bild 5.10: Vergleich der numerisch ermittelten Steilheit mit dem Verlauf nach Gleichung (5.52).

Die Strom- und Spannungsabhängigkeit von τ_N zeigt Bild 5.11. In Bild 5.12 ist für die in Bild 3.11 gekennzeichneten Arbeitspunkte A1-A5 die Änderung der Minoritätsträgerdichte mit dem Kollektorstrom über dem Ort aufgetragen.

Man erkennt, daß die Änderung der Minoritätendichte mit dem Strom weitgehend dem Verlauf der Minoritätendichte nach Bild 5.9 folgt. Bei kleinen Strömen tritt eine Änderung von m vorwiegend im Bereich des BE-Übergangs auf. Bei sehr kleinen Strömen führt hier ein nicht-stromproportionaler Anteil von Q_m zu einer Erhöhung der Minoritätenzeitkonstante τ_N . Da in diesem Strombereich jedoch der Einfluß der Sperrschichtkapazitäten überwiegt (vgl. Bild 3.11), bleibt diese Erhöhung von τ_N ohne Einfluß. Im Ersatzschaltbild kann τ_N daher bei kleinen Strömen mit guter Näherung als konstant angenommen werden. Bei größeren Strömen verlagert sich die Änderung der Minoritätenladung zur Kollektorzona hin. Bedingt durch die Hochstromeffekte in Basis und Kollektor (vgl. Kap. 6) steigt τ_N an.

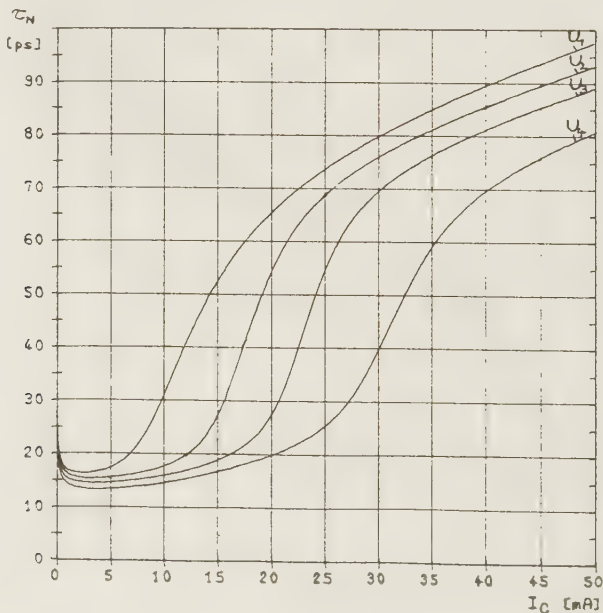


Bild 5.11: Minoritätenzeitkonstante τ_N .

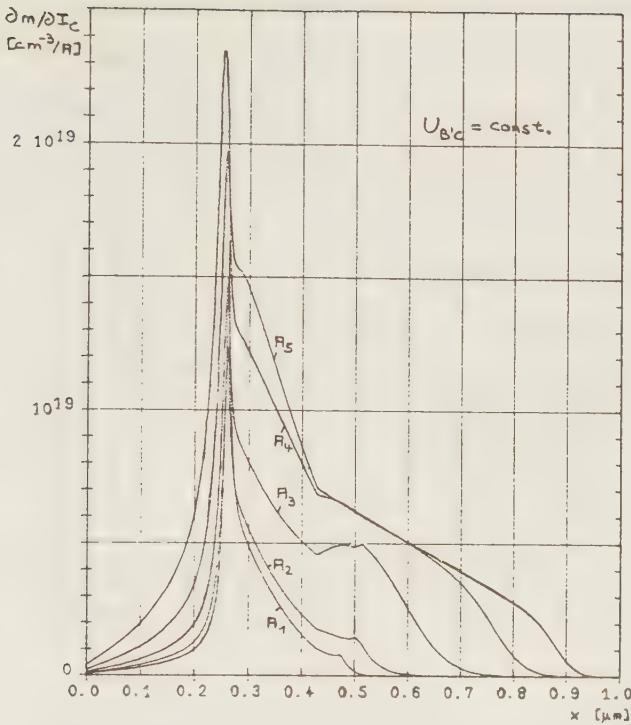


Bild 5.12: Änderung der Minoritätendichte mit dem Kollektorstrom.

Der Änderung der Minoritätenladung überlagert sich die durch die Kollektorzeitkonstante τ_{RC} beschriebene Änderung der Sperrschichtladung Q_{SC} . Da beide Effekte meßtechnisch nicht zu trennen sind, ist es nicht sinnvoll, sie im Ersatzschaltbild getrennt zu modellieren. Stattdessen wird die "effektive" Kollektorzeitkonstante τ_N^* nach (5.50) eingeführt. Sie ist keine reine Minoritätenzeitkonstante, sondern berücksichtigt zusätzlich die Änderung der Sperrschichtladung im Kollektor.

Den sich durch Addition der Komponenten τ_N und τ_{RC} für $U_{CE} = 0,5 \text{ V}$ ergebenden Verlauf von τ_N^* zeigt Bild 5.13. In Bild 5.14 ist für die Spannungen $U_1 - U_4$ der Verlauf von τ_N^* aufgetragen. Man erkennt, daß sich eine Änderung im wesentlichen nur dadurch ergibt, daß die Kurven τ_N^* gegenüber Bild 5.11. außerhalb des Hochstrombereiches um einen konstanten Wert angehoben sind.

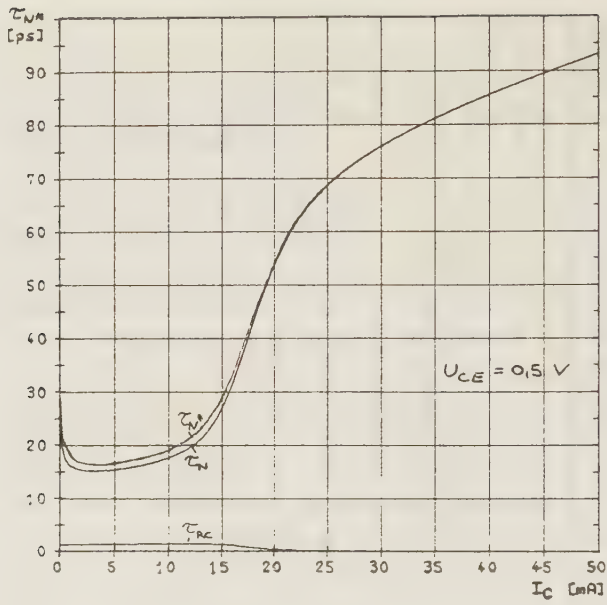


Bild 5.13: "Effektive" Minoritätenzeitkonstante τ_{N^*} .

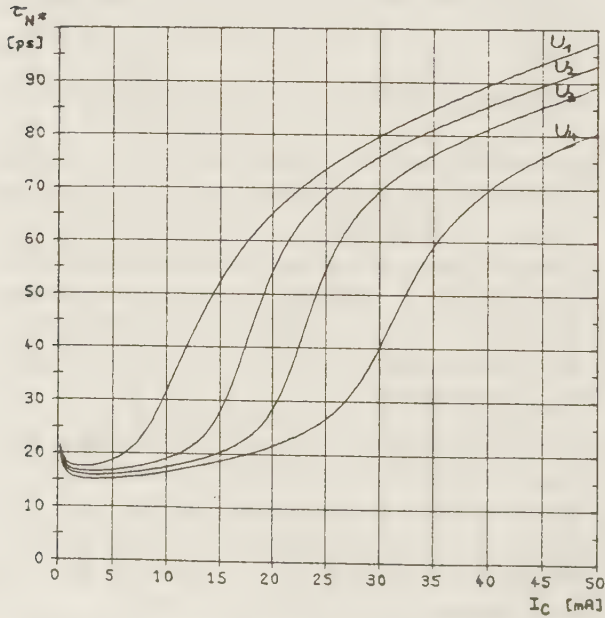


Bild 5.14: "Effektive" Minoritätenzeitkonstante τ_{N^*} .

Im Ersatzschaltbild ist C_{DE} dann durch die "effektive" BE-Diffusionskapazität

$$C_{DE}^* = \tau_N^* S_N \quad (5.53)$$

zu ersetzen. Die Stromabhängigkeit von C_{DE}^* zeigt Bild 5.15.

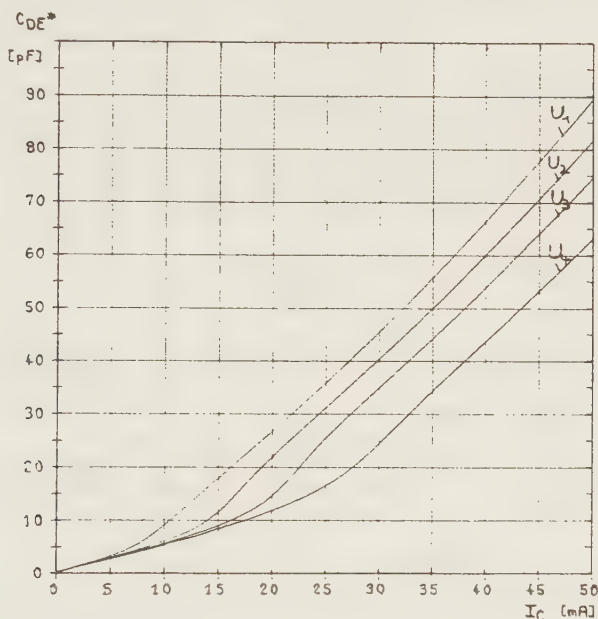


Bild 5.15: "Effektive" BE - Diffusionskapazität C_{DE}^* .

Da die Steilheit bei Kenntniss von τ_N^* und Q_p aus (5.52) leicht zu berechnen ist, reduziert sich der Modellierungsaufwand für C_{DE}^* auf die Beschreibung der Zeitkonstanten τ_N^* . Hierbei muß eine möglichst hohe Genauigkeit angestrebt werden, da ein Fehler in τ_N^* sich direkt in einer Verfälschung des Schaltverhaltens äußert. Grenzen für die zu erreichende Genauigkeit sind dadurch gegeben, daß die Modellgleichungen (um geringe Rechenzeiten zu erreichen) das Verhalten auf möglichst einfache, analytische Weise beschreiben sollten.

Die in Kapitel 6 hergeleiteten analytischen Beziehungen können zu folgender Gleichung für τ_N^* zusammengefaßt werden:

$$\tau_N^* = \tau_0 + \tau_1 + \tau_2 \quad (5.54)$$

mit

$$\tau_0 = \tau_{N0} \left(1 + \frac{U_{TNO}}{U_{CE}} \right)$$

$$\tau_1 = \begin{cases} 0 & I_C < I_{E1} \\ \tau_{N1} \beta_1 \left(\frac{I_C - I_{E1}}{I_{E2} - I_{E1}} \right)^2 & I_{E1} \leq I_C < I_{E2} \\ + \tau_{N1} (1 - \beta_1) \left(\frac{I_C - I_{E1}}{I_{E2} - I_{E1}} \right)^{\alpha_1} & \\ \tau_{N1} & I_C \geq I_{E2} \end{cases}$$

$$\tau_2 = \begin{cases} 0 & I_C < I_{E2} \\ \tau_{N2} \left(1 - \left(\frac{I_{E2}}{I_C} \right)^2 \right) \left(1 + \frac{I_C}{I_{S2}} \right) & I_C \geq I_{E2} \end{cases}$$

Der $\tau_N^*(I_C)$ -Verlauf wurde hierbei in die drei Bereiche $I_C < I_{E1}$, $I_{E1} \leq I_C < I_{E2}$ und $I_C \geq I_{E2}$ unterteilt.

Der Term τ_0 beschreibt den $\tau_N^*(I_C)$ Verlauf bei kleinen Strömen. Die Zeitkonstante τ_{N0} kann hier als stromunabhängig angesehen werden. Der Einfluß der CE-Spannung auf τ_0 wird mit dem Parameter U_{TNO} berücksichtigt.

Mit zunehmendem Kollektorstrom sinkt die Feldstärke am BC-Übergang. Die "Stauladung" in der Basis steigt an. Dies führt zu einer Erhöhung von τ_N^* , die durch den zusätzlichen Anteil τ_1 berücksichtigt wird. Hier wird auf empirische Weise ein bei dem Strom I_{E1} beginnender, im wesentlichen parabelförmiger Anstieg von τ_N^* zugrundegelegt.

Durch den Zusatzterm mit dem zu berechnenden Exponenten

$$\alpha_1 = 2 \frac{1}{1 - \beta_1} \left(\frac{1}{\beta_1} \frac{\tau_{N2}}{\tau_{N1}} \left(1 - \frac{I_{E1}}{I_{E2}} \right) \left(1 + \frac{I_{E2}}{I_{S2}} \right) - 1 \right) \quad (5.55)$$

wird erreicht, daß der $\tau_N^* (I_C)$ -Verlauf im gesamten Strombereich stetig differenzierbar ist. Zur Wichtung zwischen den beiden Anteilen dient der Term β_1 .

Mit dem Einsetzen des Hochstromeffektes im Kollektor ($I_C = I_{E2}$) erreicht τ_1 den Maximalwert $\tau_{1,max} = \tau_{N1}$ und bleibt konstant. Die Zeitkonstante τ_{N1} erhält man aus dem Wert $\tau_{N10} = \tau_N^* (I_{E2})$ (vgl. Bild 8.5) unter Abzug der Zeitkonstanten τ_0 :

$$\tau_{N1} = \tau_{N10} - \tau_0 \quad (5.56)$$

Der Einsatzstrom I_{E2} ist abhängig vom Wert der CE-Spannung. Er wird durch die Beziehung (6.73)

$$I_{E2} = \frac{U_{CE} - U_{CES}}{R_{CO}} \frac{1 + \frac{U_{CE} - U_{CES}}{U_{KO}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{U_{CE} - U_{CES}}{U_{lim}} \right)^2}} \quad (5.57)$$

mit den Parametern U_{CES} , R_{CO} , U_{lim} und U_{KO} beschrieben.

Der Anstieg der Zeitkonstanten im Hochstrombereich setzt sich zusammen aus dem Anstieg der Minoritätenzeitkonstanten in Emitter, Basis und Kollektor (vgl. Kapitel 6). Er wird durch den Term τ_2 beschrieben.

Einen Vergleich der numerisch berechneten $\tau_N^* (I_C)$ Abhängigkeit mit dem sich aus (5.54) mit den Parametern (vgl. Kap. 8.3)

$$\tau_{N0} = 16,625 \text{ ps} \quad U_{TNO} = 0,03383 \text{ V}$$

$$\tau_{N10} = 30,0 \text{ ps} \quad I_{E1} = 5 \text{ mA} \quad \beta_1 = 0,75$$

$$\tau_{N2} = 54,6 \text{ ps} \quad I_{S2} = 182,5 \text{ nA}$$

$$R_{CO} = 19,66 \Omega \quad U_{lim} = 0,324 \text{ V} \quad U_{KO} = 2,053 \text{ V} \quad U_{CES} = 0,1 \text{ V}$$

ergebenden Verlauf zeigt Bild 5.16.

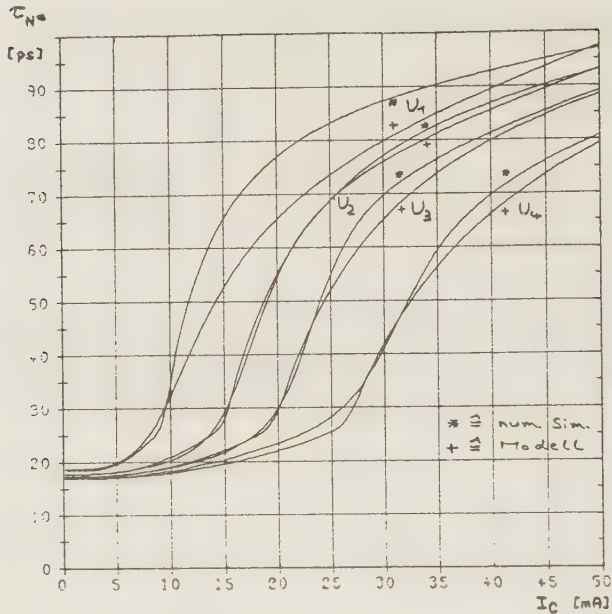


Bild 5.16: Vergleich der numerisch berechneten $\tau_{N^*}(I_C)$ - Abhängigkeit mit dem Verlauf nach (5.54).

Man erkennt, daß die Beziehung (5.54) die Strom- und Spannungsabhängigkeit von τ_{N^*} im gesamten Bereich mit guter Genauigkeit wieder gibt.

Die Bestimmung der Parameter ist auf einfache Weise aus den gemessenen Verläufen der Transitfrequenz möglich. Hierauf wird in Kapitel 8 näher eingegangen.

5.2.2.2. Basis-Kollektor-Diffusionskapazität

Die Änderung der Minoritätenladung mit der BC-Spannung wird durch die BC-Diffusionskapazität beschrieben:

$$C_{DC} = \left. \frac{\partial Q_m}{\partial U_{B'C}} \right|_{U_{B'E}} \quad (5.58)$$

Den numerisch ermittelten Verlauf von C_{DC} zeigt Bild 5.17. Man erkennt, daß C_{DC} außerhalb des Hochstrombereichs vernachlässigbar klein ist. Gelangt der Transistor in den Hochstrombereich, so steigt C_{DC} an. Dennoch ist die BC-Diffusionskapazität im gesamten Strom- und Spannungsbereich sehr viel kleiner als die BE-Diffusionskapazität C_{DE} .

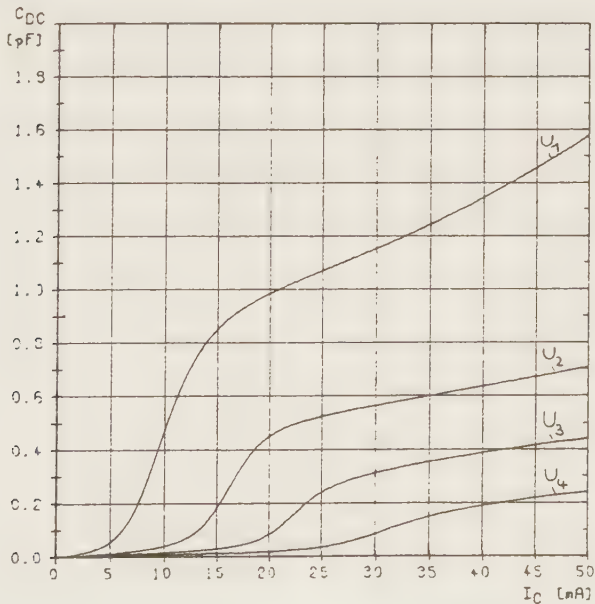


Bild 5.17: BC - Diffusionskapazität C_{DC} .

Die BC-Diffusionskapazität kann (analog zur Berechnung von C_{DE}) aus der "inversen" Steilheit

$$S_I = \left. \frac{\partial I_E}{\partial U_{B'C}} \right|_{U_{B'E}} \quad (5.54)$$

und der Zeitkonstanten

$$\tau_I = \left. \frac{\partial Q_m}{\partial I_E} \right|_{U_{B'E}} \quad (5.55)$$

bestimmt werden:

$$C_{DC} = \left. \frac{\partial Q_m}{\partial U_{B'C}} \right|_{U_{B'E}} = \frac{\partial Q_m}{\partial I_E} \left. \frac{\partial I_E}{\partial U_{B'C}} \right|_{U_{B'E}} = \tau_I S_I \quad (5.45)$$

Die "inverse" Steilheit und die "inverse" Zeitkonstante τ_I entsprechen bei Inversbetrieb den Größen S_N und τ_N . Für den hier betrachteten Normalbetrieb ($U_{CE} > 0$) beschreiben sie (außerhalb des Hochstrombereiches) den Einfluß des Early-Effekts.

Bei Normalbetrieb ist der über die BC-Diode fließende Anteil des statischen Basisstroms vernachlässigbar klein. Der statische Emitterstrom des Transistors besteht dann aus dem (von U_{CE} unabhängigen) Basisstrom nach (5.7) und der Kollektorstrom I_C :

$$I_E = -I_B - I_C \quad (5.56)$$

Für S_I folgt hiermit

$$S_I = \left. \frac{\partial I_E}{\partial U_{B'C}} \right|_{U_{B'E}} = - \left. \frac{\partial I_C}{\partial U_{B'C}} \right|_{U_{B'E}} \quad (5.57)$$

Durch Ableitung von (5.1) nach $U_{B'C}$ erhält man

$$S_I = \frac{I_I}{U_T} + \frac{I_C}{Q_p} \left. \frac{\partial Q_p}{\partial U_{B'C}} \right|_{U_{B'E}} \quad (5.58)$$

$$\text{bzw. mit } \left. \frac{\partial Q_p}{\partial U_{B'E}} \right|_{U_{B'E}} = C_{SC} + C_{DC}$$

$$S_I = \frac{I_I}{U_T} + \frac{I_C}{Q_p} (C_{SC} + C_{DC}) \quad (5.64)$$

Für alle interessierenden Spannungen kann der Term I_I/U_T vernachlässigt werden und man erhält für die "inverse" Steilheit

$$S_I = \frac{I_C}{Q_p} (C_{SC} + C_{DC}). \quad (5.65)$$

Einen Vergleich des nach dieser Beziehung berechneten Verlaufs von S_I mit den numerischen Werten zeigt Bild 5.18.

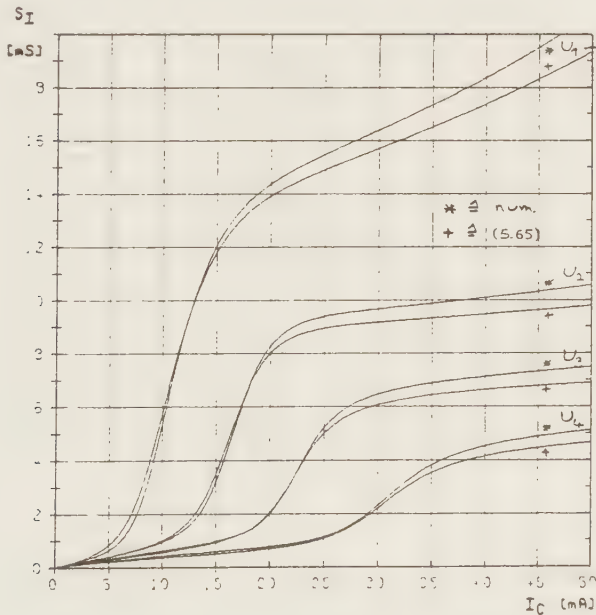


Bild 5.18: "Inverse" Steilheit S_I .

Für die Zeitkonstante τ_I erhält man mit (5.45)

$$\tau_I = \frac{C_{DC}}{S_I} = \frac{Q_P}{I_C} \frac{1}{1 + C_{SC}/C_{DC}}. \quad (5.66)$$

Den numerisch ermittelten Verlauf von τ_I zeigt Bild 5.19

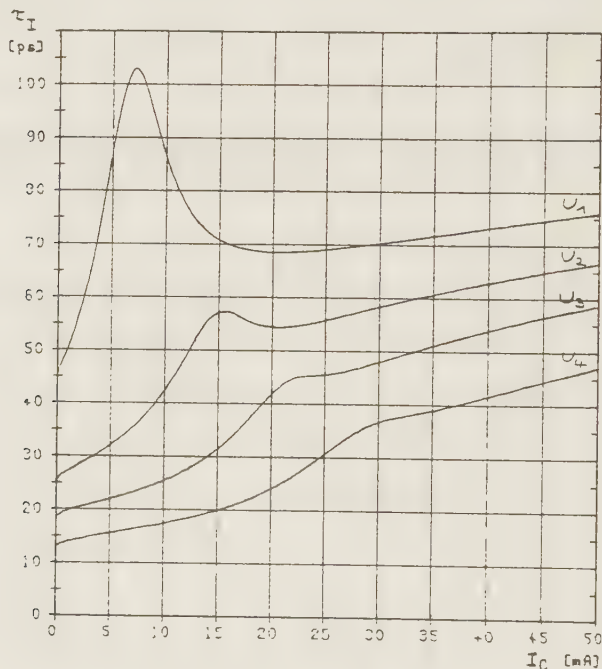


Bild 5.19: Zeitkonstante τ_I .

Die Kollektor-Diffusionskapazität kann durch Ableitung der Minoritätenladung Q_m berechnet werden. Mit $Q_m \approx Q_N = I_C \int_0^L \tau_N^* di |_{U_B, C}$ (vgl. Kapitel 5.3) folgt

$$C_{DC} = \frac{\partial Q_m}{\partial U_{B, C}} \Big|_{U_B, E} \approx \frac{\partial Q_N}{\partial U_{CE}} \Big|_{U_B, E}.$$

Entsprechend zur Unterteilung der Ladung Q_N in die drei Anteile Q_0, Q_1, Q_2 erhält man folgende (ohne Herleitung angegebene) Beziehung für die Diffusionskapazität C_{DC} :

$$C_{DC} = C_{DC0} + C_{DC1} + C_{DC2} \quad (5.67)$$

mit

$$C_{DC0} = \left. \frac{\partial Q_0}{\partial U_{CE}} \right|_{U_{B'E}} = K \tau_{NO} I_C \frac{U_{TNO}}{U_{CE}^2}$$

$$C_{DC1} = \left. \frac{\partial Q_1}{\partial U_{CE}} \right|_{U_{B'E}} =$$

$$= \begin{cases} 0 & I_C < I_{E1} \\ K \tau_{N1} S_2 (\beta_1 A^4 + (1-\beta_1) A^{\alpha_1+2} & I_{E1} \leq I_C < I_{E2} \\ + \frac{1-\beta_1}{1+\alpha_1} (I_{E2} - I_{E1}) D A^{\alpha_1+1} (\frac{1}{1+\alpha_1} - \ln(1+\alpha_1)) & \\ K \tau_{N1} S_2 (\frac{\beta_1}{3} + \frac{1-\beta_1}{1+\alpha_1}) (1 - \frac{(I_{E2} - I_{E1})}{1+\alpha_1} D) & I_C \geq I_{E2} \end{cases}$$

$$C_{DC2} = \left. \frac{\partial Q_2}{\partial U_{CE}} \right|_{U_{B'E}} =$$

$$= \begin{cases} 0 & I_C < I_{E2} \\ K \tau_{N2} S_2 2 (1 - \frac{I_{E2}}{I_C} (1 - \frac{I_C}{I_{S2}} \ln \frac{I_C}{I_{E2}})) & I_C \geq I_{E2} \end{cases}$$

und

$$K = \frac{1}{1 + \tau_{N2} \frac{I_C}{Q_p}}$$

$$A = \frac{I_C - I_{E1}}{I_{E2} - I_{E1}}$$

$$D = 2 \frac{\tau_{N2}}{\tau_{N1}} \frac{1}{1 - \beta_1} \left(\frac{1}{I_{S2}} + \frac{I_{E1}}{I_{E2}^2} \right)$$

$$S_2 = \frac{I_{E2}}{U_{CE} - U_{CES}} + \frac{I_2}{U_{KO}} \frac{1}{1 + (U_{CE} - U_{CES}) / U_{KO}}$$

$$- I_2 \frac{U_{CE} - U_{CES}}{U_{lim}^2} \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{U_{CE} - U_{CES}}{U_{lim}} \right)^2 \right)^{3/2}}$$

Gleichung (5.67) beschreibt die BC-Diffusionskapazität mit guter Genauigkeit. Dies wird durch den in den Bildern 5.20 und 5.21 gezeigten Vergleich mit den auf numerisch exakte Weise ermittelten Verläufen von C_{DC} und S_I deutlich.

Die sich zur Beschreibung des C_{DC} -Verlaufs im Strombereich $I_{E1} \leq I_C < I_{E2}$ ergebende Beziehung ist allerdings relativ kompliziert. Da C_{DC} in diesem Strombereich relativ klein ist und ein Fehler in der Beschreibung somit ohne großen Einfluß bleibt, kann (5.67) durch Vernachlässigung des Anteils C_{DC1} vereinfacht werden:

$$C_{DC} \approx C_{DC0} + C_{DC2}.$$

$$I_{E1} < I_C \leq I_{E2}$$

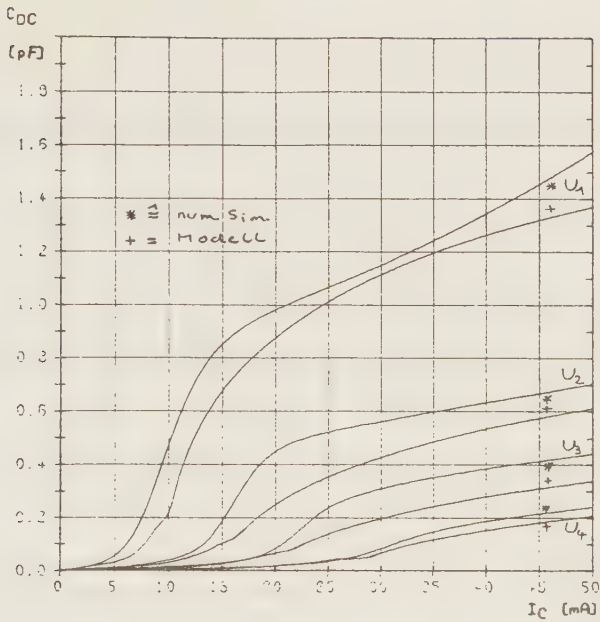


Bild 5.20: Vergleich der numerisch berechneten Diffusionskapazität C_{DC} mit dem Verlauf nach (5.67).

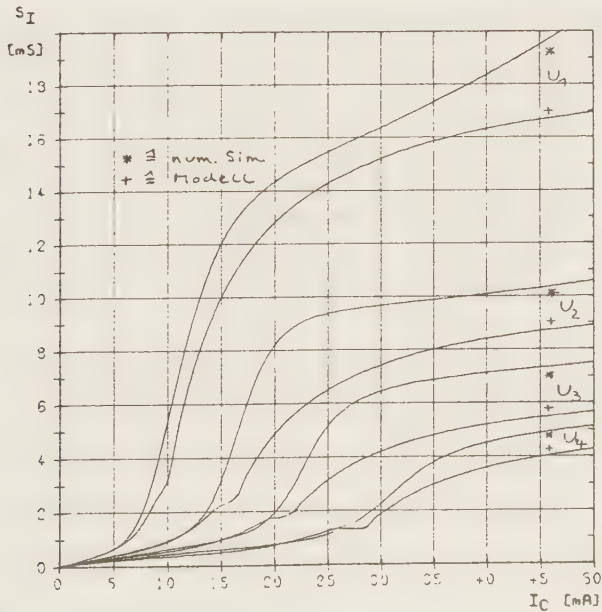


Bild 5.21: "Inverse" Steilheit S_I .

5.3 Bestimmung der Löcherladung

Für das vollständige Differential der Löcherladung Q_p gilt:

$$dQ_p = (C_{SE} + C_{DE}^*) dU_{B'E} + (C_{SC} + C_{DC}) dU_{B'C} \quad (5.68)$$

Durch beidseitige Integration von $U_{B'E} = 0$, $U_{B'C} = 0$ bis zum Arbeitspunkt $U_{B'E} = U_{B'EA}$, $U_{B'C} = U_{B'CA}$ kann die Differenz zwischen der Löcherladung im Arbeitspunkt und der Löcherladung im thermodynamischen Gleichgewicht berechnet werden:

$$Q_p - Q_{p0} = \int_0^{U_{B'EA}} (C_{SE} + C_{DE}^*) dU_{B'E} + \int_0^{U_{B'CA}} (C_{SC} + C_{DC}) dU_{B'C}$$

Der Wert des Kurvenintegrals von $(0,0)$ nach $(U_{B'EA}, U_{B'CA})$ ist unabhängig vom Integrationsweg (Integrabilität des vollständigen Differentials). Zweckmäßigerweise wählt man hierfür Strecken, die parallel zu den Koordinatenachsen liegen. Man erhält dann:

$$\begin{aligned} Q_p - Q_{p0} &= \int_0^{U_{B'CA}} C_{SC} dU_{B'C} \Big|_{U_{B'E} = 0} \\ &+ \int_0^{U_{B'EA}} C_{DC} dU_{B'C} \Big|_{U_{B'E} = 0} \\ &+ \int_0^{U_{B'EA}} C_{SE} dU_{B'E} \Big|_{U_{B'C} = U_{B'CA}} \\ &+ \int_0^{U_{B'EA}} C_{DE}^* dU_{B'E} \Big|_{U_{B'C} = U_{B'CA}} \end{aligned} \quad (5.69)$$

Für $U_{B'E} = 0$ ($I_C = 0$) ist die Basis-Kollektor-Diffusionskapazität verschwindend klein (vgl. Bild 5.17)

$$C_{DC} (U_{B'E} = 0) \approx 0.$$

Mit

$$C_{DE}^* dU_{B'E} \Big|_{U_{B'C}} = \tau_N^* S_N dU_{B'E} \Big|_{U_{B'C}} = \tau_N^* di_C \Big|_{U_{B'C}}$$

besteht die Löcherladung

$$Q_P = Q_{P0} + \Delta Q_{SE} + \Delta Q_{SC} + Q_N \quad (5.70)$$

aus den folgenden vier Anteilen:

$$Q_{P0} = Q_P (U_{B'E} = 0, U_{B'C} = 0)$$

$$\Delta Q_{SE} = \int_0^{U_{B'EA}} C_{SE} dU_{B'E} \Big|_{U_{B'C} = U_{B'CA}}$$

$$\Delta Q_{SC} = \int_0^{U_{B'CA}} C_{SC} dU_{B'C} \Big|_{U_{B'E} = 0}$$

$$Q_N = \int_0^I \tau_N^* di \Big|_{U_{B'C} = U_{B'CA}}$$

Die Ladung Q_{P0} wird aus dem gemessenen Schichtwiderstand der inneren Basis bzw. direkt aus $I_C(U_{B'E})$ - und $I_B(U_{B'E})$ -Messungen bestimmt (vgl. Kapitel 8).

Die Sperrschichtladungen ΔQ_{SE} und ΔQ_{SC} erhält man direkt durch Integration der Kapazitätsverläufe nach (5.28) bzw. (5.30). Für U_{BCK} ist hierbei $U_{BCK} \approx U_{DC}$ einzusetzen ($I_C=0$). Weiterhin kann im betrachteten Spannungsbereich $U_{B'C} < U_{DC}$ angenommen werden. Gleichung (5.30) wird damit wesentlich vereinfacht.

Man erhält für die Ladungsänderung der BE-Sperrschichtkapazität mit

$$\gamma_E = \frac{n_E}{n_E - 1}$$

und der durch

$$\operatorname{sgn}(\alpha) = \begin{matrix} +1 & \alpha \geq 0 \\ -1 & \alpha < 0 \end{matrix}$$

definierten Signum Funktion:

$$\Delta Q_{SE} = C_{SEO} U_{DE} \gamma_E \quad (5.71)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{U_{BEK} + |U_{DE} - U_{BEK}|}{U_{DE}} \right) \gamma_E \\ & - \operatorname{sgn}(U_{BEK} - U_{B'EA}) \left(\frac{|U_{BEK} - U_{B'EA}| + |U_{DE} - U_{BEK}|}{U_{DE}} \right) \gamma_E \\ & - (1 - \operatorname{sgn}(U_{BEK} - U_{B'EA})) \left(\frac{|U_{DE} - U_{BEK}|}{U_{DE}} \right) \gamma_E \end{aligned}$$

Für die Ladungsänderung der BC-Sperrschichtkapazität erhält man die einfachere Beziehung

$$\Delta Q_{SC} = C_{SCO} U_{DC} \gamma_C \left(1 - \left(\frac{U_{DC} - U_{B'CA}}{U_{DC}} \right) \gamma_C \right) \quad (5.72)$$

mit

$$\gamma_C = \frac{n_C}{n_C - 1}.$$

Die Ladung Q_N erhält man durch Integration über die Minoritätenzeitkonstante τ_N^* . Sie ist nach (5.70) für die konstante BC-Spannung $U_{B'C} = U_{B'CA}$ durchzuführen. Diese Forderung nach konstanter inneren BC-Spannung ist beim realen bzw. zweidimensionalen Transistor nur sehr schwierig zu realisieren. Bedingt durch den Spannungsabfall am Basisbahnwiderstand tritt bei größeren Strömen ein deutlicher Unterschied zwischen der Klemmenspannung U_{BC} und $U_{B'C}$ auf.

Um $U_{B'C}$ konstant zu halten, muß daher bei der meßtechnischen Bestimmung von τ_N^* (f_T -Messung) die äußere BC-Spannung jeweils um den Wert des Spannungsabfalls korrigiert werden. Da bei den betrachteten kleinen CE-Spannungen geringe Änderungen von $U_{B'C}$ bereits größere Änderungen von τ_N^* hervorrufen, ist diese Korrektur zwangsläufig mit Fehlern behaftet. Außerdem ist der meßtechnische Aufwand erheblich.

Einfacher ist es, den $\tau_N^*(I_C)$ -Verlauf bei konstanter CE-Spannung zu bestimmen. Bei ausreichend kleinem äußerem Kollektorbahnwiderstand r_{Ca} bleiben hierbei die Spannungsabfälle an den äußeren Bahnwiderständen ohne Einfluß. Aus diesem Grund, wurden die zur Beschreibung des $\tau_N^*(I_C)$ -Verlaufs verwendeten Beziehungen in Abhängigkeit von der CE-Spannung U_{CE} angegeben. Zur Berechnung der Ladung Q_N muß dann allerdings die Näherung

$$\tau_N^* di_C|_{U_{B,C}} \approx \tau_N^* di_C|_{U_{CE}}$$

eingeführt werden. Wie der Vergleich des statischen Verhaltens zeigt (Kapitel 9 und 11), ist diese Näherung vollauf gerechtfertigt.

Die Ladung Q_N erhält man dann mit $U_{CE} = U_{CEA} = U_{B,EA} - U_{B,CA}$ durch Integration des $\tau_N^*(I_C)$ -Verlaufs nach (5.54). Entsprechend zur Unterteilung der Zeitkonstanten τ_N^* erhält man folgende Dreiteilung der Minoritätenladung Q_N :

$$Q_N = Q_0 + Q_1 + Q_2 \quad (5.73)$$

mit

$$Q_0 = \tau_{N0} \left(1 + \frac{U_{TN0}}{U_{CE}}\right) I_C$$

$$Q_1 = \begin{cases} 0 & I_C < I_{E1} \\ \tau_{N1} \frac{\beta_1}{3} \left(\frac{I_C - I_{E1}}{I_{E2} - I_{E1}}\right)^2 (I_C - I_{E1}) & I_{E1} \leq I_C < I_{E2} \\ + \tau_{N1} \frac{1 - \beta_1}{1 + \alpha_1} \left(\frac{I_C - I_{E1}}{I_{E2} - I_{E1}}\right)^{\alpha_1} (I_C - I_{E1}) & \\ \tau_{N1} \left(\frac{1}{3} + \frac{1 - \beta_1}{1 + \alpha_1}\right) (I_{E2} - I_{E1}) & I_C \geq I_{E2} \end{cases}$$

$$Q_2 = \begin{cases} 0 & I_C < I_{E2} \\ \tau_{N2} I_C \left(\left(1 - \frac{I_{E2}}{I_C}\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{I_C}{I_{S2}} \right) & \\ - \tau_{N2} \frac{I_{E2}^2}{I_{S2}} \left(\frac{1}{2} + \ln \frac{I_C}{I_{E2}} \right) & I_C \geq I_{E2} \end{cases}$$

Mit den Beziehungen (5.70)-(5.73) und der Löcherladung Q_{p0} kann bei Kenntnis der Parameter in jedem Arbeitspunkt die Löcherladung Q_p berechnet werden. Der Einfluß der einzelnen Ladungsanteile wird in den Bildern 5.22 und 5.23 deutlich. In Bild 5.22 sind die Größen

$$Q_p(u_{B,E}) \big|_{u_{B,C} = 0}$$

und

$$Q_p(u_{B,C}) \big|_{u_{B,E} = 0}$$

dargestellt.

Im Sperrbereich und bei kleinen Strömen wird die Änderung von Q_p durch die beiden Anteile ΔQ_{SE} und ΔQ_{SC} bestimmt. Die Ladungsänderung ΔQ_{SC} ist hierbei deutlich geringer als die Ladungsänderung ΔQ_{SE} . Bei größeren Strömen dominiert der Einfluß der Minoritätenladung Q_N .

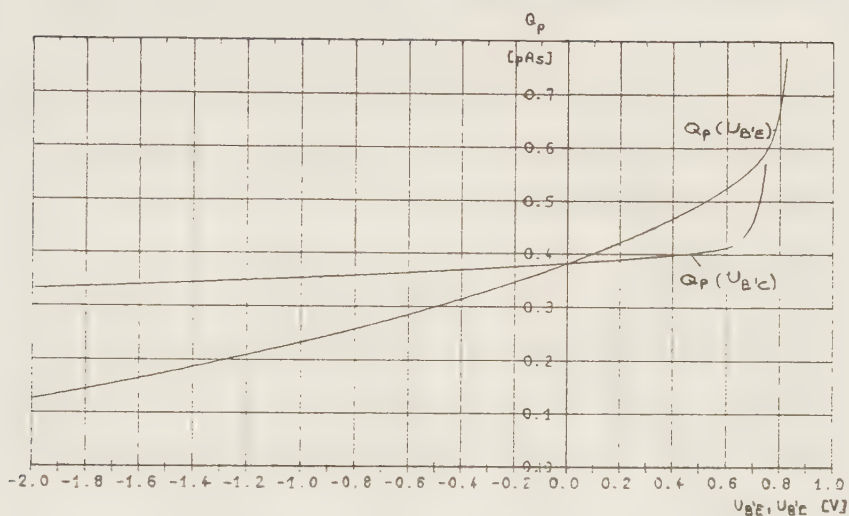


Bild 5.22: Abhängigkeit der Löcherladung Q_p von der BE- bzw. BC-Spannung.

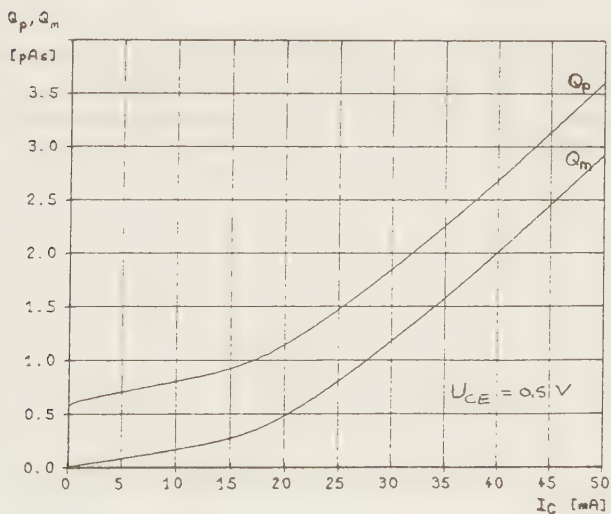


Bild 5.23: Stromabhängigkeit der Löcher- und Minoritätenladung.

5.4. Überprüfung der Gültigkeit der quasistatischen Näherung

Bei der Herleitung der Ersatzschaltbildelemente wurde die Gültigkeit der gebräuchlichen, dem Ladungssteuerungsprinzip zugrundeliegenden Beziehung

$$i_B = i_{B0} + \frac{dQ_B}{dt} \quad (5.74)$$

vorrausgesetzt.

Weiterhin wurde angenommen, daß die bei Änderung der Klemmenspannungen des "eigentlichen" Transistors auftretenden Ladungsänderungen in Phase mit den Spannungsänderungen sind. In Kapitel 5.2 wurden daher die partiellen Differentialquotienten durch die quasistatischen Ableitungen ersetzt. Inwieweit die hieraus resultierende Beschreibung des Transistorverhaltens durch reelle zeitunabhängige Kapazitäten gerechtfertigt ist, soll im folgenden durch Vergleich mit den Ergebnissen der numerisch exakten Simulation gezeigt werden.

Die sich aus der numerisch exakten Kleinsignalanalyse ergebenden Größen werden hierbei (im Gegensatz zu den quasistatisch ermittelten Größen) durch unterstrichene Großbuchstaben dargestellt.

Die Gültigkeit der quasistatischen Näherungen (5.19) wird durch die Bilder 5.24 und 5.25 bestätigt.

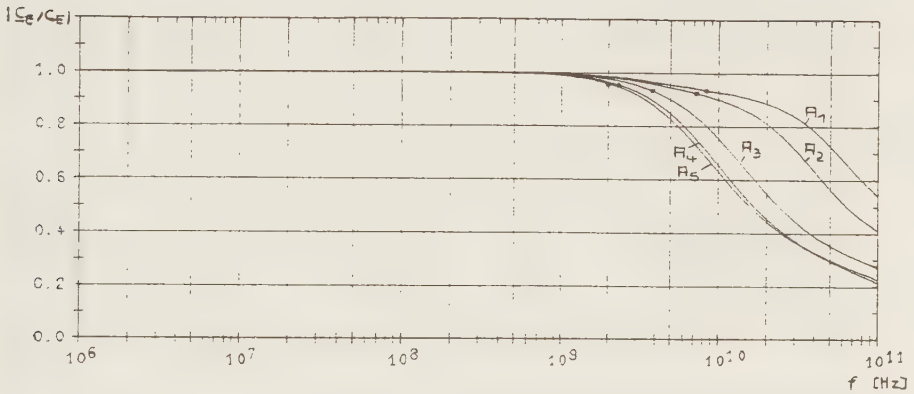


Bild 5.24: Frequenzabhängigkeit des Betrages von C_E/C_E .

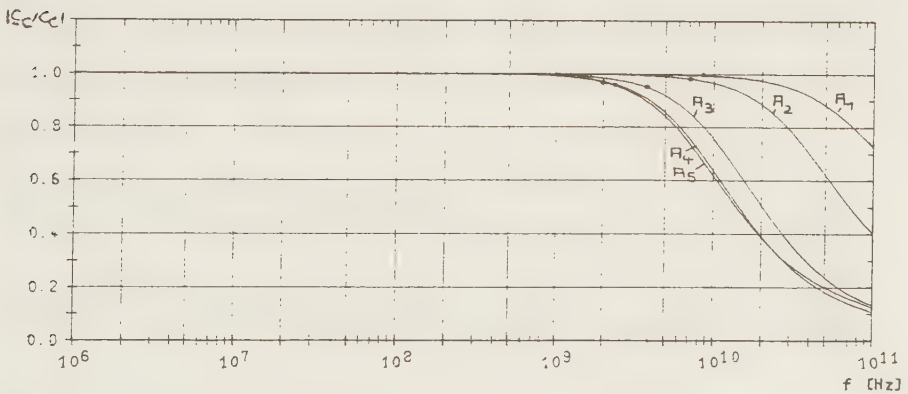


Bild 5.25: Frequenzabhängigkeit des Betrages von C_C/C_C .

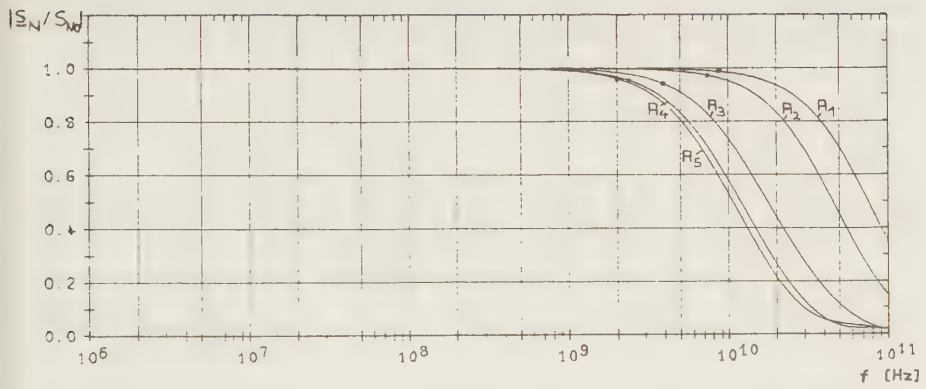


Bild 5.26: Frequenzabhängigkeit des Betrages der komplexen Steilheit S_N .

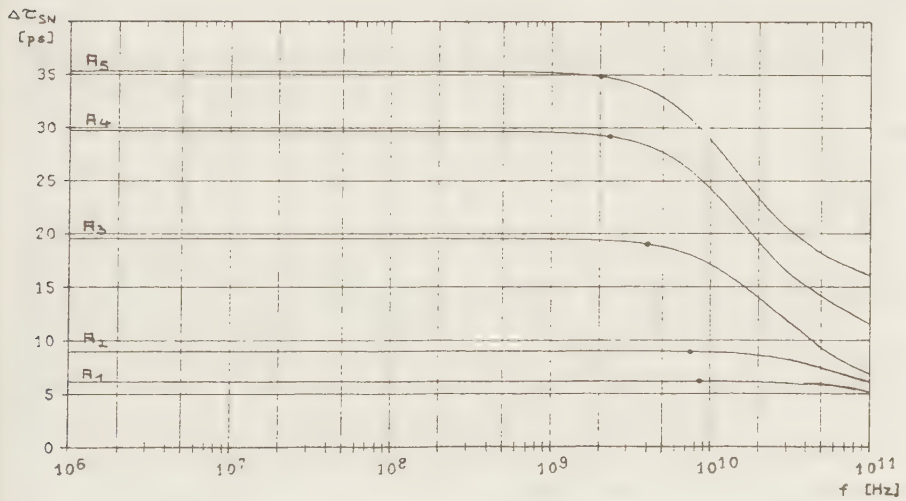


Bild 5.27: Frequenzabhängigkeit der "Totzeit" $\Delta\tau_{SN}$.

Aus der quasistatischen Näherung läßt sich mit Hilfe des Ladungssteuerungsprinzips der Frequenzgang der Kleinsignal-Kurzschlußstromverstärkung in Emitterschaltung β ableiten. Für konstante CE-Spannung folgt aus (5.74) mit

$$i_{B0} = i_C / \beta_0 \quad (\beta_0 = \beta(f \rightarrow 0)) \quad (5.81)$$

und

$$\frac{dq_p}{dt} = \frac{\partial Q_p}{\partial I_C} \bigg|_{U_{CE}} \frac{di_C}{dt} \quad (5.82)$$

für den Kleinsignalwert des Basisstroms:

$$\underline{I}_B = \underline{I}_C \left(\frac{1}{\beta_0} + j\omega \frac{\partial Q_p}{\partial I_C} \bigg|_{U_{CE}} \right) \quad (5.83)$$

Hiermit erhält man

$$\beta = \frac{\underline{I}_C}{\underline{I}_B} \bigg|_{U_{CE}} = \frac{\beta_0}{1 + j\omega / \omega_\beta} \quad (5.84)$$

mit

$$\frac{1}{\omega_\beta} = \beta_0 \frac{\partial Q_p}{\partial I_C} \bigg|_{U_{CE}} \quad (5.85)$$

Hieraus folgt für die in /78/ definierte "ideale" Transitfrequenz

$$f_{T0} = \beta_0 f_\beta = (2\pi \frac{\partial Q_p}{\partial I_C} \bigg|_{U_{CE}})^{-1} \quad (5.86)$$

Sie ist für $f \gg f_\beta$ gleich der meßtechnisch bestimmbaren Transitzfrequenz $f_T = |\beta| f$ (vgl. Kap. 8.3).

Eine genauere Beschreibung des Frequenzgangs der Kleinsignalstromverstärkung β ergibt sich nach /66,67/, wenn man die Beziehung (5.84) durch ein phasendrehendes Glied ergänzt:

$$\beta = \frac{\beta_0}{1 + j f/f_\beta} \exp -j\omega \Delta\tau_\beta \quad (5.87)$$

Die Gültigkeit dieser Annahme wird (bis zu sehr hohen Frequenzen) durch die für $A_1 - A_5$ in den Bildern 5.26 und 5.27 dargestellte Frequenzabhängigkeit des Betrages von

$$|\beta| = \frac{\beta_0}{\sqrt{1 + (f/f_\beta)^2}} \quad (5.88)$$

und der durch Vergleich mit der numerisch ermittelten Phase φ bestimmten Totzeit

$$\Delta\tau_\beta = -\varphi - \arctan \frac{f}{f_\beta} \quad (5.89)$$

bestätigt.

Die Größen $\Delta\tau_{SN}$ und $\Delta\tau_\beta$ können näherungsweise proportional zur Minoritätenzeitkonstante τ_N angenommen werden:

$$\begin{aligned} \Delta\tau_{SN} &= K_{SN} \tau_N & (K_{SN} \approx 0,44 \text{ für } U_{CE} = 0,5 \text{ V}) \\ \Delta\tau_\beta &= K_\beta \tau_N & (K_\beta \approx 0,21 \text{ für } U_{CE} = 0,5 \text{ V}) \end{aligned} \quad (5.90)$$

Die Totzeit $\Delta\tau_\beta$ spiegelt sich auch in den, in den Bildern 3.22 und 9.3 - 9.6 dargestellten Ausschaltvorgängen für Stromsteuerung wieder. Zur Verdeutlichung ist in Bild 5.30 der (Bild 3.22 entsprechende) Beginn des Schaltvorgangs dargestellt.

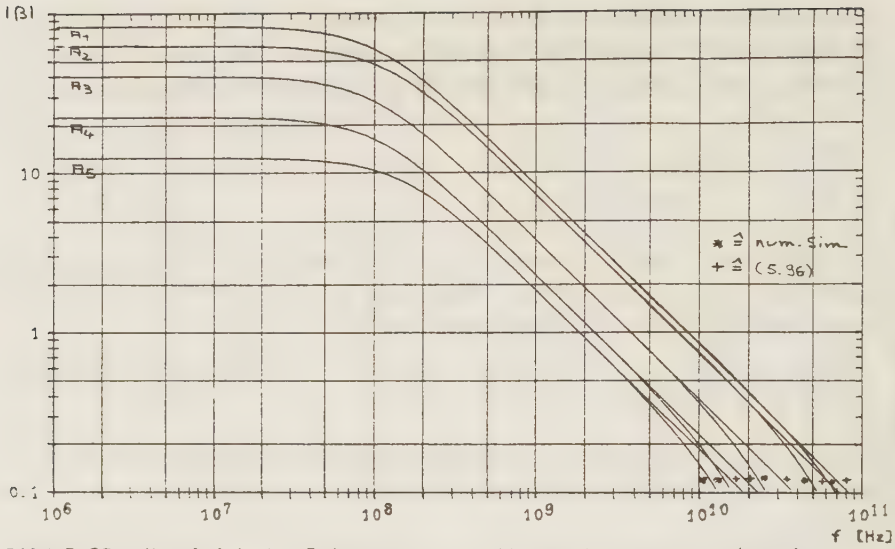


Bild 5.28: Vergleich des Betrages von β mit dem Verlauf nach (5.96).

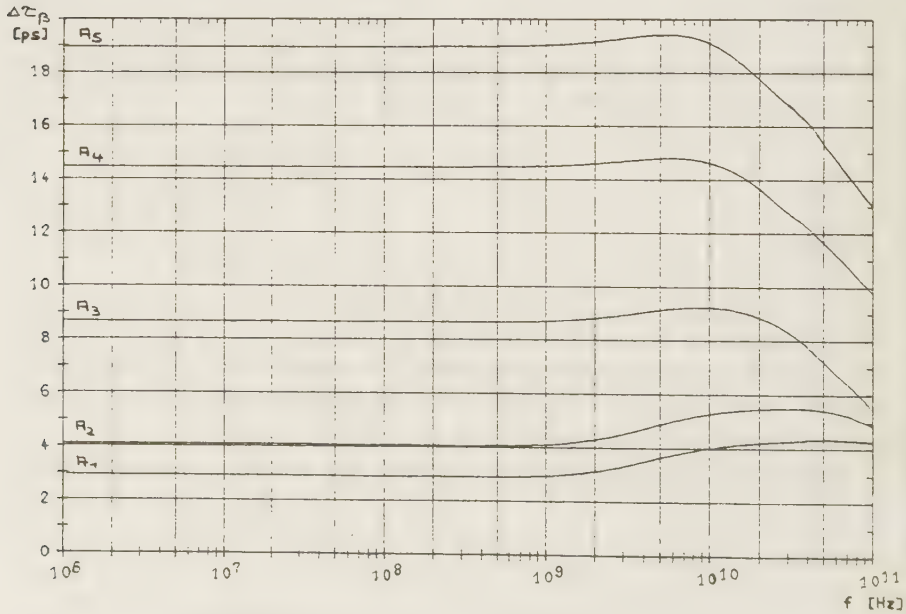


Bild 5.29: Frequenzabhängigkeit der "Totzeit" $\Delta\tau_\beta$.

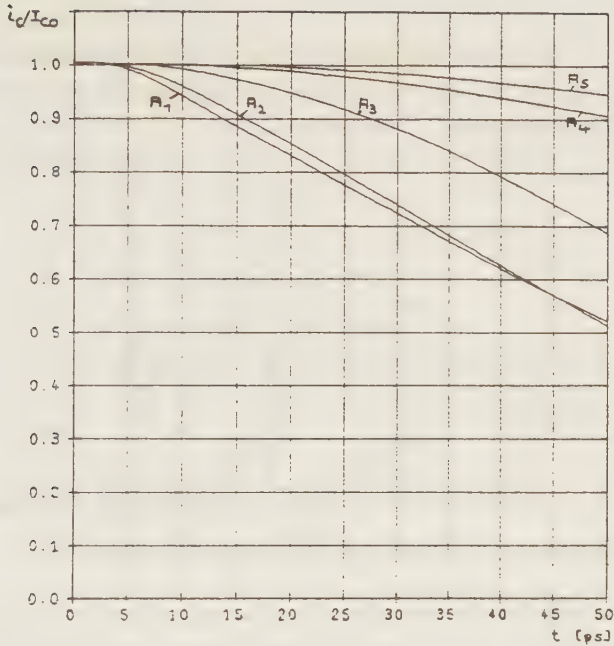


Bild 5.30: Ausschaltvorgang für $I_{Baus}/I_{CO} = -1/5$.

Die Totzeiten können bei der Kleinsignalanalyse mit Hilfe der komplexen Rechnung im Modell berücksichtigt werden. Wie der Vergleich des Schaltverhaltens zeigt (Kapitel 9), ist jedoch auch ohne Berücksichtigung der Totzeiten eine genaue Beschreibung des Schaltverhaltens möglich. Die in dieser Arbeit verwendete Beschreibung des dynamischen Verhaltens mit reellen, quasistatisch bestimmten Kapazitäten und einer reellen Steilheit ist daher voll gerechtfertigt.

5.5. Ersatzschaltbild

Aus den in den Kapiteln 5.1 und 5.2 hergeleiteten Modellgleichungen ergibt sich folgendes Ersatzschaltbild für das Großsignalverhalten des "eigentlichen" Transistors:

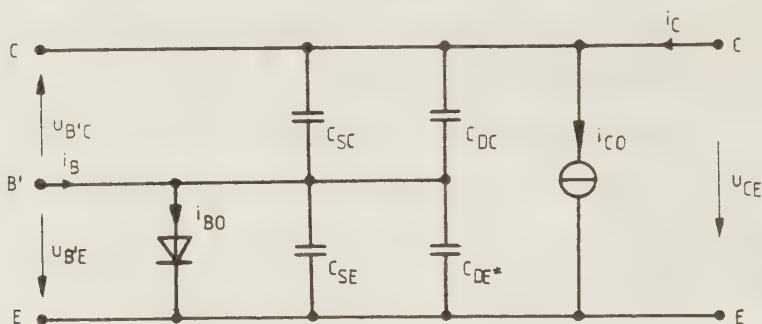


Bild 5.31: Großsignal-Ersatzschaltbild des "eigentlichen" Transistors.

Zur besseren Übersicht sind im folgenden die Gleichungsnummern der zur Beschreibung der Ersatzschaltbildelemente verwendeten Modellgleichungen angegeben:

$$i_{CO} \quad (5.1)$$

$$i_{BO} \quad (5.7)$$

$$C_{SE} \quad (5.28)$$

$$C_{SC} \quad (5.30) \quad \text{mit} \quad (5.31)$$

$$C_{DE*} \quad (5.53) \quad \text{mit} \quad (5.52) \text{ und } (5.54) - (5.57)$$

$$C_{DC} \quad (5.67)$$

$$Q_p \quad (5.70) \quad \text{mit} \quad (5.71) - (5.73)$$

Aus dem Großsignal-Ersatzschaltbild nach Bild 5.31 erhält man direkt das Kleinsignal-Wechselstromersatzschaltbild in dem man für die spannungsabhängigen Sperrschicht- und Diffusionskapazitäten die Kleinsignalwerte im jeweiligen Arbeitspunkt einsetzt und die statischen Ströme durch die differentiellen Leitwerte ersetzt:

$$i_{BC} \longrightarrow G_{BE} u_{B'E}$$

$$\text{mit } G_{BE} = \frac{I_E}{m_B U_T}$$

$$i_{CC} \longrightarrow S_N u_{B'E} - S_I u_{B'C}$$

$$\text{mit } S_N \text{ nach (5.52) und } S_I \text{ nach (5.65)}$$

6. Herleitung analytischer Beziehungen für die Minoritätenladung und die Minoritätenzeitkonstante im Hochstrombereich

Der in dieser Arbeit betrachtete Hochstrombereich ist durch die Injektion von Löchern in die Kollektorzone und die hiermit verbundene Erhöhung der Minoritätenladung im Transistor gekennzeichnet. Hierdurch wird sowohl das statische als auch das dynamische Verhalten des Transistors beeinflusst.

Der mit der Erhöhung der Minoritätenladung verbundene Anstieg der Löcherladung führt zu einem verstärkten Abfall der Stromverstärkung. Weiterhin hat die zusätzliche Speicherladung eine Erhöhung der Schaltzeit bzw. bei Kleinsignalansteuerung eine Verringerung der Transitfrequenz zur Folge. Diese Effekte werden im Modell des Transistors durch eine entsprechende Formulierung der aus der Minoritätenladung abgeleiteten Zeitkonstanten τ_N berücksichtigt.

Diese Löcherinjektion in die Kollektorzone wurde von Kirk /68/ als Ausweitung der Basis gedeutet (base push-out). Seither wurde der Effekt in mehreren Arbeiten beschrieben /69/-/72/. Die hierbei angegebenen Beziehungen für die Minoritätenzeitkonstante haben jedoch meist den Nachteil, daß die Feldstärkeabhängigkeit der Beweglichkeit zu ungenau berücksichtigt wird und nur Grenzzustände (ohmsches Bahngebiet, Driftgeschwindigkeitssättigung) beschrieben werden. Weiterhin wird nur das Verhalten der Kollektorzone untersucht.

Dieser Beschränkung auf die Beschreibung der Kollektorzone ist für große Weiten der Epitaxiezone vollauf gerechtfertigt. Für die hier betrachteten schnellen Bipolartransistoren ist jedoch die im Hochstrombereich auftretende Erhöhung des Emitter- und Basisanteils der Minoritätenzeitkonstanten in der gleichen Größenordnung wie der Kollektoranteil. Zur Beschreibung des Hochstromeffekts kann daher der Einfluß der Basis- und Emitterzone nicht vernachlässigt werden.

Die in den folgenden Diagrammen (für $U_{CE} = 0,5 \text{ V}$) dargestellten Anteile der einzelnen Transistorzonen an der Minoritätenzeitkonstanten, der Minoritätenladung und den Ladungsträgerdichteverteilungen bestätigen den nicht zu vernachlässigenden Einfluß der Emitter- und Basiszone.

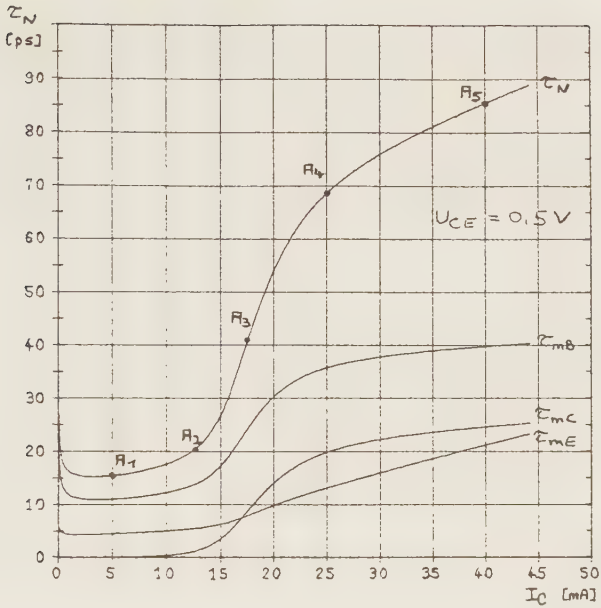


Bild 6.1: Minoritätenszeitkonstante τ_N und ihre Anteile.

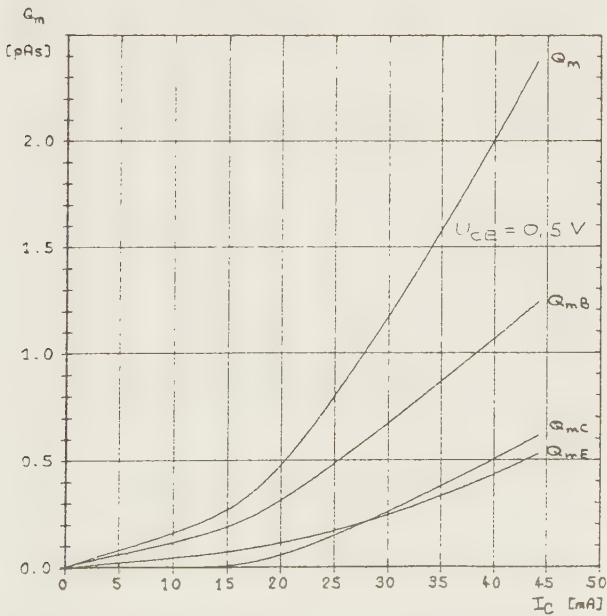


Bild 6.2: Minoritätenladung Q_m und ihre Anteile.

In Bild 6.1 wurde die durch

$$\tau_N = \frac{\partial Q_m}{\partial I_C} \bigg|_{U_B, C} \quad (6.1)$$

mit der Minoritätenladung

$$Q_m = q A_E \int_{x_E}^{x_C} m \, dx \quad (6.2)$$

und der Minoritätendichte

$$m = \frac{p}{n} \quad \frac{p}{n} \leq \frac{n}{p}$$

definierte Minoritätenzeitkonstante τ_N in die drei Anteile

$$\tau_{mE} = \frac{\partial Q_{mE}}{\partial I_C} \bigg|_{U_B, C} \quad (6.3)$$

$$\tau_{mB} = \frac{\partial Q_{mB}}{\partial I_C} \bigg|_{U_B, C} \quad (6.4)$$

$$\tau_{mC} = \frac{\partial Q_{mC}}{\partial I_C} \bigg|_{U_B, C} \quad (6.5)$$

unterteilt. Diese Zeitkonstanten beschreiben die Änderung der Minoritätenladung

im Emitter:

$$Q_{mE} = q A_E \int_{x_E}^{x_{jE}} m \, dx \quad (6.6)$$

in der Basis:

$$Q_{mB} = q A_E \int_{x_{jE}}^{x_{jB}} m \, dx \quad (6.7)$$

und im Kollektor:

$$Q_{mC} = q A_E \int_{x_{jB}}^{x_C} m \, dx \quad (6.8)$$

Die verschiedenen Ladungsanteile sind in Bild 6.2 in Abhängigkeit vom Kollektorstrom aufgetragen.

Der Verlauf der Minoritätendichte m ist in Bild 6.3 dargestellt. Zum Vergleich zeigen die Bilder 6.4 und 6.5 die entsprechenden Verläufe der Löcher- und Elektronendichte.

Unter Zugrundelegung dieser Verläufe und weiterer Ergebnisse der eindimensionalen numerisch exakten Simulation wird im folgenden das Verhalten der einzelnen Transistorzonen im Hochstrombereich betrachtet.

Die Ergebnisse der numerisch exakten Simulation dienen hierbei zur Veranschaulichung der in der Transistorstruktur ablaufenden physikalischen Vorgänge und zur Überprüfung der für die Herleitung analytischer Beziehungen notwendigen Näherungen.

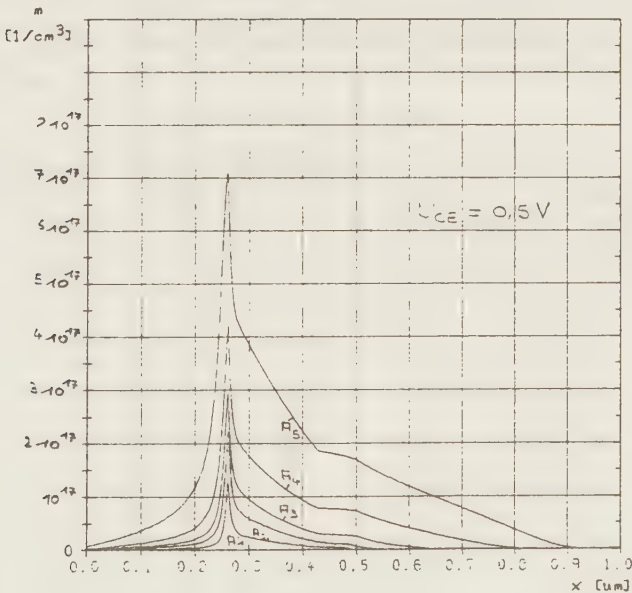


Bild 6.3: Minoritätendichte m .

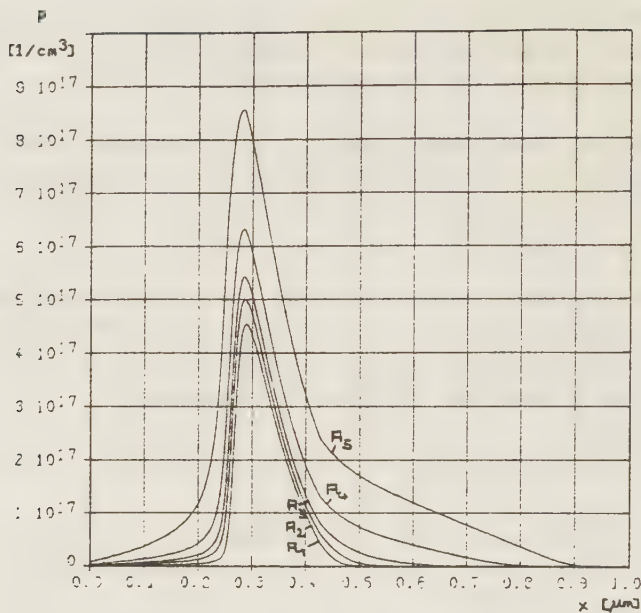


Bild 6.4: Löcherdichte.

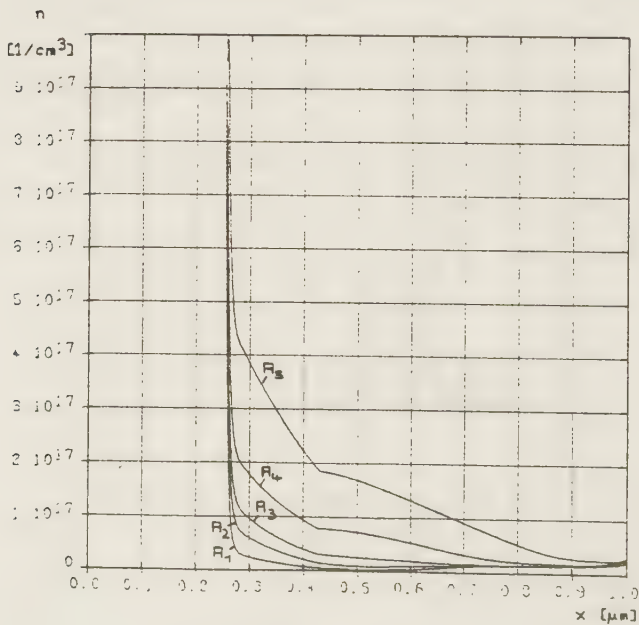


Bild 6.5: Elektronendichte.

6.1. Kollektorzone

Zur Beschreibung der in der Kollektorzone ablaufenden Vorgänge muß zwischen niedrigen und hohen Werten der CE-Spannung unterschieden werden. In beiden Fällen hat der Einsatz des Hochstrom-effektes verschiedene physikalische Ursachen. Dennoch ist der resultierende Verlauf der Minoritätenladung und der Zeitkonstanten τ_{mC} qualitativ sehr ähnlich. Er kann, wie im folgenden gezeigt, für beide Spannungsbereiche durch die selbe Beziehung beschrieben werden.

Die Diskussion des Verhaltens bei kleinen Spannungen erfolgt für die konstante CE-Spannung von $U_{CE} = 0,5$ V. Die hierfür gültigen Verläufe von τ_N und Q_m zeigen die Bilder 6.1 und 6.2. Zusätzlich sind in den Bildern 6.6, 6.7 und 6.8 für die bekannten Arbeitspunkte $A_1 - A_5$ (vgl. Bild 6.1) die Verläufe der Feldstärke und der Elektronen- und Löcherdichte im Kollektor aufgetragen.

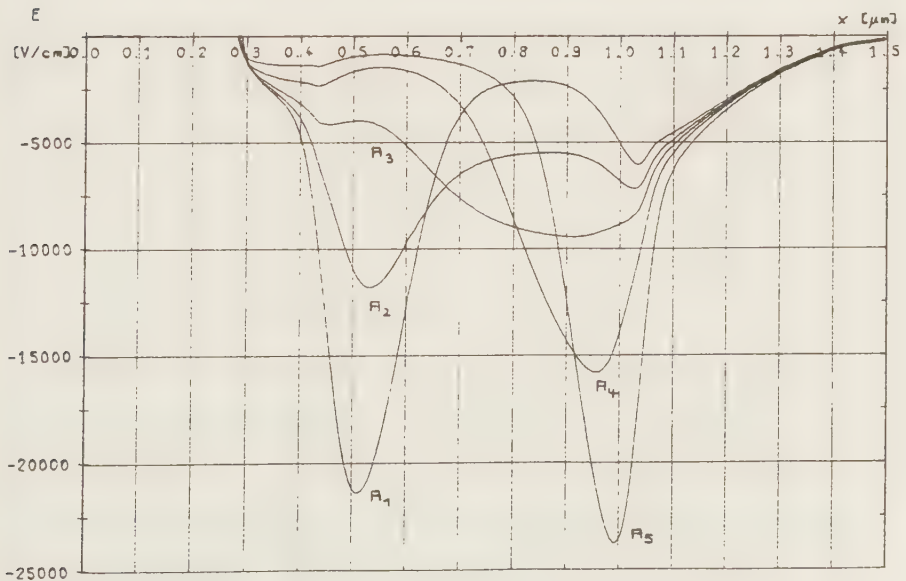


Bild 6.6: Feldstärkeverlauf für $U_{CE} = 0,5$ V.

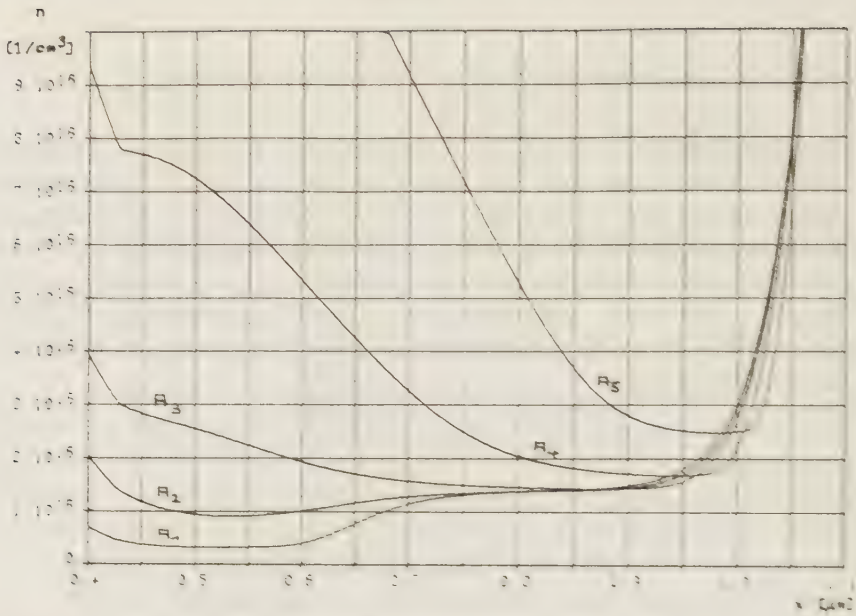


Bild 6.7: Verlauf der Elektronendichte für $U_{CE} = 0,5 \text{ V}$.

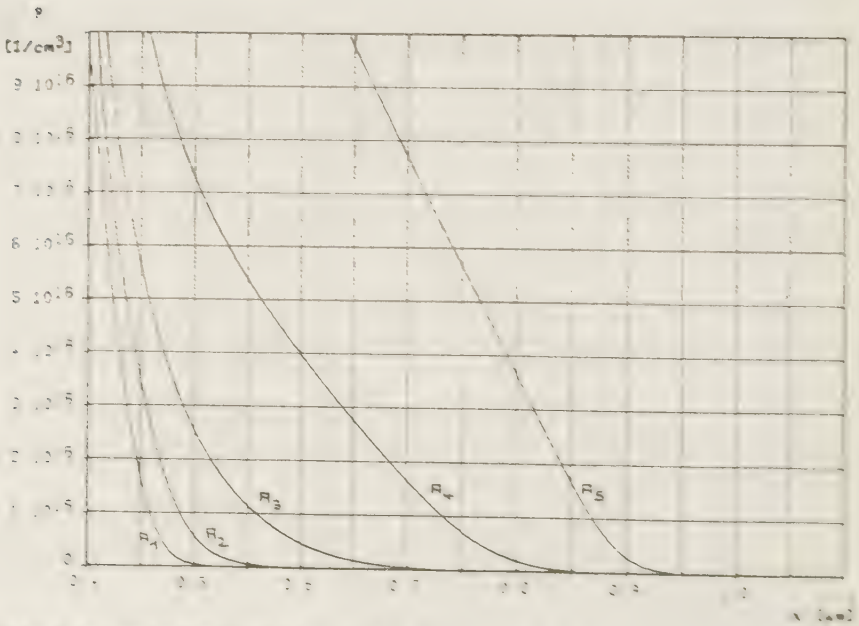


Bild 6.8: Verlauf der Elektronendichte für $U_{CE} = 0,5 \text{ V}$.

Das Verhalten bei hohen CE-Spannungen wird bei einer konstanten CE-Spannung von $U_{CE} = 1,5 \text{ V}$ betrachtet. Die für diesen Wert von U_{CE} numerisch ermittelten Verläufe der Zeitkonstanten τ_N und der Anteile τ_{mE} , τ_{mB} und τ_{mC} sind in Bild 6.9 dargestellt. Zusätzlich zeigen die Bilder 6.10, 6.11 und 6.12 für die in Bild 6.9 gekennzeichneten Arbeitspunkte B1 - B5 die Ortsabhängigkeit der Feldstärke und der Ladungsträgerdichten.

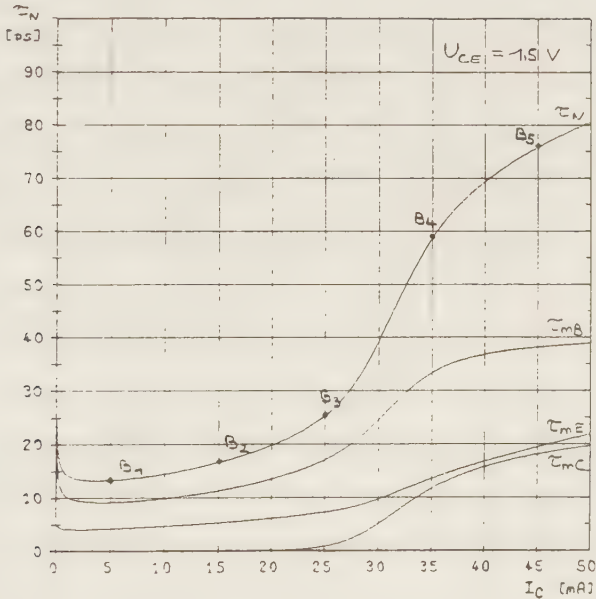


Bild 6.9: Minoritätenzeitkonstante τ_N ($U_{CE} = 1,5 \text{ V}$) und ihre Anteile.

Das Verhalten der Kollektorzone im Hochstrombereich wird wesentlich von der auftretenden Feldstärkeabhängigkeit der Ladungsträgerbeweglichkeit beeinflusst. Es wurde bereits von anderen Autoren beschrieben (/68/-/72/). Im Gegensatz zu dieser Arbeit in der im gesamten Arbeitsbereich die genaue Beziehung (2.25) verwendet wird, werden dort jedoch nur Grenzwerte der $\mu_n(E)$ -Abhängigkeit betrachtet (konstante Beweglichkeit, Driftgeschwindigkeitssättigung) oder zu ungenaue Beziehungen für den $\mu_n(E)$ -Verlauf verwendet. Zur Anwendung in Netzwerkanalyseprogrammen müssen die dort angegebenen Beziehungen durch Fitting-Verläufe verbunden werden. Dies erfordert einen hohen Modellierungsaufwand. Trotzdem ist die erzielte Genauigkeit relativ gering.

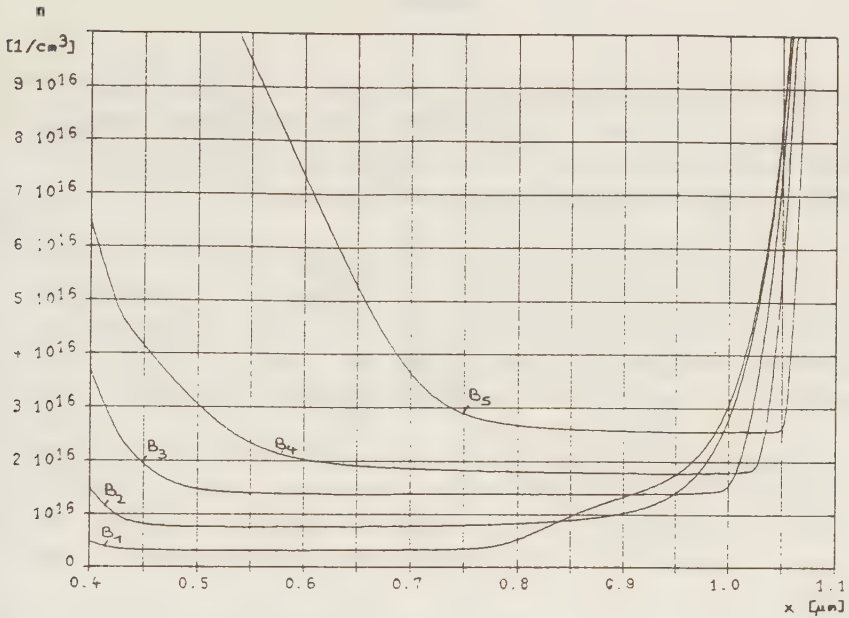


Bild 6.11: Verlauf der Elektronendichte für $U_{CE} = 1,5 \text{ V}$.

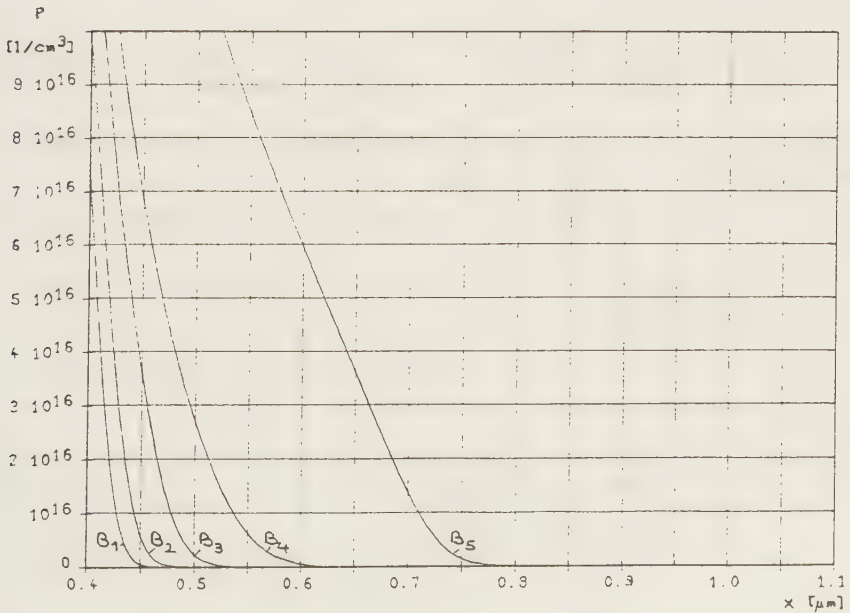


Bild 6.12: Verlauf der Löcherdichte für $U_{CE} = 1,5 \text{ V}$.

Außerhalb des Hochstrombereichs ist die von der Basis in die Kollektorzone injizierte Lächerdichte sehr gering. Der Diffusionsanteil des über die Epitaxiezone fließende Elektronenstrom kann vernachlässigt werden. Für den Kollektorstrom gilt:

$$I_C \approx -j_n A_E \approx -q A_E \mu_n \approx 0 \quad (2.5)$$

Die Abhängigkeit des Elektrotransportkoeffizienten von Gradienten des Quasifermipotentials kann nach (2.3) als Funktion des Elektrotransportkoeffizienten und der Elektrofeldstärke dargestellt werden:

$$\mu_n = \mu_{n0} \sqrt{1 - \left(\frac{E}{E_{nsat}} \right)^2} \quad (2.6)$$

Mit $E = -\frac{1}{q} \frac{d\phi}{dx}$ erhält man hierfür unter Einführung des Grenzstromes

$$I_{lim} = q A_E v_{sat} N_{CO}$$

die in der Kollektorzone gültige Beziehung

$$\mu_n = \mu_{n0} \sqrt{1 - \frac{I_C}{I_{lim}} \frac{N_{CO}}{N_{EO}}} \quad (2.7)$$

hierbei ist μ_{n0} der bei Kollektorstromdichten von der Epitaxiezone ausgehende Diffusionskoeffizient in der Kollektorzone,

Definiert man den reduzierten Kollektorstrom β durch

$$\beta = \frac{I_C}{I_{lim}} \frac{N_{CO}}{N_{EO}}$$

so erhält man die bei Kollektorstromdichten I_C im Kollektorzone gültige Beziehung

$$\mu_n = \mu_{n0} \sqrt{1 - \frac{\beta}{\beta_{lim}}} \quad (2.8)$$

Hieraus folgt

$$n = N_{Epi} \sqrt{\left(\frac{R_{CO} I_C}{E w_{Epi}}\right)^2 + \left(\frac{I_C}{I_{lim}}\right)^2} \quad (6.13)$$

bzw.

$$n = \frac{I_C}{I_{lim}} N_{Epi} \sqrt{1 + \left(\frac{E_{lim}}{E}\right)^2} \quad (6.14)$$

mit der Grenzfeldstärke $E_{lim} = \frac{v_{nsat}}{\mu_{n0}}$.

Die effektive Weite der Epitaxieschicht w_{Epi} kann bei ausreichend steilem Profil durch den Anstieg der Dotierungsdichte auf den doppelten Wert der Grundkonzentration N_{Epi} definiert werden. Für den betrachteten Transistor gilt:

$$x_{CS} = x(N = 2 N_{Epi}) = 1,0 \mu m$$

$$N_{Epi} = 1,4 \cdot 10^{16} cm^{-3}$$

$$w_{Epi} = x_{CS} - x_{BC} = 0,5 \mu m$$

Hieraus folgt mit $A_E = 100 \mu m^2$

$$I_{lim} = 24,66 mA$$

$$E_{lim} = 9743 \frac{V}{cm}$$

$$R_{CO} = 19,75 \Omega.$$

Weitere, für die Beschreibung benötigte Größen sind die Grenzspannung

$$U_{lim} = E_{lim} w_{Epi} = R_{CC} I_{lim} = 0,4871 V$$

und die Spannung

$$U_{n0} = \frac{q N_{Epi}}{C_{Epi}} w_{Epi}^2 = 2,647 V.$$

Ausgehend von dem Minimalwert ($E \rightarrow \infty$)

$$n_{\min} = \frac{I_C}{I_{\lim}} N_{\text{Epi}}$$

steigt die Elektronendichte in der RLZ mit steigendem Kollektorstrom und geringer werdender Feldstärke an, bis sie für

$$I_C = I_{\text{krit}} = - \frac{E w_{\text{Epi}}}{R_{\text{CO}}} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{E}{E_{\lim}}\right)^2}} \quad (6.15)$$

im gesamten Bereich der Epitaxiezone den Wert der Dotierungsdichte annimmt.

Für $n = N_{\text{Epi}}$ gilt, da die Löcherdichte vernachlässigt werden kann

$$\frac{dE}{dx} = \frac{q}{\epsilon} (N_{\text{Epi}} - n) = 0$$

bzw.

$$E = - \frac{U_{C'}}{w_{\text{Epi}}} = \text{const.}$$

Hierbei ist U_C , die über der Epitaxiezone anliegende Spannung

$$U_C = \Psi(x_{\text{CS}}) - \Psi(x_{\text{BC}}).$$

Für I_{krit} erhält man dann

$$I_{\text{krit}} = \frac{U_{C'}}{R_{\text{CO}}} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{U_{C'}}{U_{\lim}}\right)^2}} = I_{\lim} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{U_{\lim}}{U_{C'}}\right)^2}} \quad (6.16)$$

Die Abnahme der Feldstärke im Bereich des BC-Übergangs hat verschiedene Ursachen:

Bei kleinen CE-Spannungen (bzw. großen Epiweiten) dominiert der Einfluß des Kollektorbahnwiderstandes. Der Spannungsabfall an dem hier vorhandenen ohmschen Bahngebiet verringert mit zunehmendem Kollektorstrom und konstanter CE-Spannung die über der RLZ anliegende Spannung und somit die Feldstärke in der RLZ.

Für hohe Werte der CE-Spannung (bzw. kleine Epiweiten) sind die Verhältnisse etwas anders. Hier ist die Ausdehnung der RLZ in die Epitaxieschicht so groß, daß der Spannungsabfall am verbleibenden Kollektorbahnwiderstand keinen Einfluß hat. Die Änderung der Feldstärkeverteilung wird hier wesentlich durch die Feldstärkeabhängigkeit der Beweglichkeit beeinflusst.

Der Gradient der Feldstärke ist bei vernachlässigbarer Löcherdichte durch

$$\begin{aligned}\frac{dE}{dx} &= \frac{q}{\epsilon} (N_{Epi} - n) \\ &= \frac{q N_{Epi}}{\epsilon} \left(1 - \frac{I_C}{I_{lim}} \sqrt{1 + \left(\frac{E_{lim}}{E} \right)^2} \right)\end{aligned}$$

gegeben. Er wird mit zunehmendem Kollektorstrom kleiner und führt bei hohen Spannungen zu einer Verringerung der Feldstärke am BC-Übergang bei gleichzeitiger Erhöhung der Feldstärke am Kollektor-Substrat-Übergang (vg. Bild 6.10).

Für Kollektorströme die größer als der kritische Strom I_{krit} sind, muß die Elektronendichte über den Wert der Dotierungsdichte hinaus ansteigen.

Bei kleinen Spannungen (ohmsches Bahngebiet mit $n = N_{Epi}$, $I_{krit} \ll I_{lim}$) ist dies nur dadurch möglich, daß die Basislöcher in die Kollektorzone injiziert. Sie sind hier Minoritätsträger und werden durch Elektronen neutralisiert. Im Bereich des BC-Übergangs steigt die Elektronendichte an. Es entsteht ein Dichtegradient, welcher einen zusätzlichen Diffusionsstrom hervorruft (vgl. Bild 6.7 und 6.8).

Der durch die Löcherinjektion in den Kollektor definierte Einsatzstrom des Hochstromeffektes ist daher für kleine Spannungen mit dem kritischen Strom I_{krit} identisch:

$$I_{Ein1} = I_{krit} = \frac{U_{C'}}{R_{CO}} \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{U_{C'}}{U_{lim}} \right)^2}} \quad (6.17)$$

Für den Einsatzstrom erhält man durch Umformung von (6.12)

$$I_{Ein2} = -q A_E \mu_{n0} N_{Epi} \sqrt{\left(\frac{n}{N_{Epi}}\right)^2 - \left(\frac{I_C}{I_{lim}}\right)^2} E. \quad (6.20)$$

Unter der Annahme, daß in der Mitte der Epitaxiezone mit

$$E = \bar{E} = -U_C / w_{Epi}$$

die Elektronendichte näherungsweise den Wert $n = \bar{n}$ annimmt gilt:

$$I_{Ein2} = \frac{U_{C'}}{R_{CO}} \sqrt{\left(1 + \frac{U_{C'}}{U_{KO}}\right)^2 - \left(\frac{I_C}{I_{lim}}\right)^2} \quad (6.21)$$

Durch Umformung von (6.21) erhält man für den Einsatzstrom bei hohen Spannungen

$$I_{Ein2} = \frac{U_{C'}}{R_{CO}} \frac{1 + \frac{U_{C'}}{U_{KO}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{U_{C'}}{U_{lim}}\right)^2}}. \quad (6.22)$$

Er unterscheidet sich vom Einsatzstrom bei kleinen Spannungen nur durch den Term $(1 + U_{C'}/U_{KO})$. Da dieser Term bei kleinen Werten von $U_{C'}$ ohne Einfluß ist, wird für den Einsatzstrom im gesamten Spannungsbereich die Beziehung (6.22) verwendet:

$$I_{Ein} = \frac{U_{C'}}{R_{CO}} \frac{1 + \frac{U_{C'}}{U_{KO}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{U_{C'}}{U_{lim}}\right)^2}} \quad (6.23)$$

Die Spannung $U_{C'}$ über der Epitaxiezone erhält man aus der über der Basis-Kollektorstrecke anliegenden Spannung nach (2.58)

$$\begin{aligned} U_C &= \Psi(x_B) - \Psi(x_C) \\ &= U_{B'C} - U_T \ln \frac{p(x_B) n(x_C)}{n_{ie}(x_B) n_{ie}(x_C)} \end{aligned} \quad (6.24)$$

unter Abzug der über der Basis- und der Kollektor-Substrat-Zone anliegende Spannungen.

Mit $j_p = 0$ und $j_n = -I_C/A_E$ folgt

$$\Psi(x_B) - \Psi(x_{BC}) = U_T \ln \frac{p(x_B)}{p(x_{BC})} \frac{n_{ie}(x_{BC})}{n_{ie}(x_B)} \quad (6.25)$$

und

$$\Psi(x_C) - \Psi(x_{CS}) = U_T \ln \frac{n(x_C)}{n(x_{CS})} \frac{n_{ie}(x_{CS})}{n_{ie}(x_C)} + R_S \cdot I_C. \quad (6.26)$$

Hierbei ist R_S , der Widerstand des n - n^+ -Übergangs. Sein Einfluß wird durch den im Ersatzschaltbild des realen Transistors vorhandenen äußeren Kollektorbahnwiderstand r_{Ca} mitberücksichtigt. Für den hier betrachteten "eigentlichen" Transistor ist R_S zu vernachlässigen.

Hiermit folgt dann für die Spannung über der Epitaxiezone

$$U_C = \Psi(x_{CS}) - \Psi(x_{BC}) = U_{DBC} - U_{B'C}$$

mit

$$U_{DBC} = U_T \ln \frac{p(x_{BC})}{n_{ie}(x_{BC})} \frac{n(x_{CS})}{n_{ie}(x_{CS})}. \quad (6.27)$$

Nach dem Einsetzen des Hochstromeffekts kann die Kollektorzone des Transistors in zwei Bereiche, die Injektions- und die Feldzone unterteilt werden.

In der Injektionszone ($x_{BC} \leq x \leq x_i$) fällt die injizierte Löcherdichte, wie die Bilder 6.8 und 6.12 zeigen, in guter Näherung mit konstanter Steigung ab. Die injizierten Löcher werden von Elektronen neutralisiert und es gilt näherungsweise

$$\frac{dn}{dx} = \frac{dp}{dx} = - \frac{p(x_{BC}) - p(x_i)}{w_i} \quad (6.28)$$

mit der Weite der Injektionszone $w_i = x_i - x_{BC}$.

Da der in die Kollektorzone fließende Basistrom vernachlässigbar klein ist, ist die Feldstärke mit der Löcherdichte durch die Beziehung

$$E = U_T \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} = - \frac{U_T}{w_i} \frac{p(x_{BC}) - p(x_i)}{p} \quad (6.29)$$

verknüpft.

Infolge der konstanten Dotierungsdichte ist auch die Eigenleitungs- dichte in der Epitaxiezone konstant und hat damit bei vorgegebener Elektronen- und Löcherdichte keinen Einfluß auf Feldstärke und Strom:

$$n_{ie}(x_{BC}) = n_{ie}(x_{CS}) = n_{ieC}$$

Für den Elektronenstrom in der Injektionszone gilt

$$- I_n = I_C = - q A_E \mu_n U_T \left(\frac{dn}{dx} + n E \right) \quad (6.30)$$

bzw. mit (6.29)

$$I_C = q A_E \mu_n U_T \frac{p + n}{p} \frac{p(x_{BC}) - p(x_i)}{w_i} \quad (6.31)$$

Für die Dichten am Beginn der Injektionszone kann in guter Nähe- rung Neutralität angenommen werden:

$$n(x_{BC}) = N_{Epi} + p(x_{BC}) \quad (6.32)$$

Damit erhält man für den Kollektorstrom:

$$I_C = q A_E \mu_n(x_{BC}) U_T \left(1 - \frac{p(x_i)}{p(x_{BC})} \right) \frac{2 p(x_{BC}) + N_{Epi}}{w_i} \quad (6.33)$$

bzw. bei vorgegebenem Kollektorstrom für die Löcherdichte am Beginn der Injektionszone:

$$p(x_{BC}) = \frac{1}{2} N_{Epi} \left(\frac{\mu_{n0}}{\mu_n(x_{BC})} \right) \frac{R_{CO} I_C}{U_T} \frac{1}{1 - p(x_i)/p(x_{BC})} \frac{w_i}{w_{Epi}} - 1 \quad (6.34)$$

Mit

$$\frac{p(x_{BC})}{p(x_i)} = 1 - \frac{E(x_i) w_i}{U_T} \quad (6.35)$$

nach (6.29) und

$$\frac{1}{1 - p(x_i)/p(x_{BC})} = - \frac{U_T}{E(x_i) w_i} \left(1 - \frac{E(x_i) w_i}{U_T} \right)$$

kann die Löcherdichte $p(x_{BC})$ in der Form

$$p(x_{BC}) = \frac{1}{2} N_{Epi} \left(\frac{\mu_{n0}}{\mu_n(x_{BC})} \right) \frac{R_{CO} I_C}{U_T} \frac{w_i}{w_{Epi}} \left(1 - \frac{U_T}{E(x_i) w_i} \right) - 1 \quad (6.36)$$

bzw.

$$p(x_{BC}) = \frac{1}{2} N_{Epi} \left(\frac{\mu_{n0}}{\mu_n(x_{BC})} \right) \frac{R_{CO} I_C}{U_T} \frac{w_i}{w_{Epi}} - \frac{\mu_{n0}}{\mu_n(x_{BC})} \frac{R_{CO} I_C}{E(x_i) w_{Epi}} - 1 \quad (6.37)$$

dargestellt werden.

Für nicht zu kleine Werte von w_i kann von der Annahme

$$\frac{\mu_{n0}}{\mu_n(x_{BC})} \frac{R_{CO} I_C w_i}{U_T w_{Epi}} \gg 1 - \frac{\mu_{n0}}{\mu_n(x_{BC})} \frac{R_{CO} I_C}{E(x_i) w_{Epi}} \quad (6.38)$$

ausgegangen werden. Weiterhin gilt für nicht zu kleine Injektionsdichten

$$\mu_n(x_{BC}) \approx \mu_{n0} .$$

Man erhält dann für die Löcherdichte am BC-Übergang:

$$p(x_{BC}) = \frac{1}{2} N_{Epi} \frac{R_{CO} I_C}{U_T} \frac{w_i}{w_{Epi}} \quad (6.39)$$

Die Spannung über der Injektionszone erhält man durch Integration über die Feldstärke nach (6.29) und mit (6.35) zu

$$U_{inj} = - \int_{x_{BC}}^{x_i} E \, dx = U_T \ln \frac{p(x_{BC})}{p(x_i)} = U_T \ln \left(1 - \frac{E(x_i) w_i}{U_T} \right). \quad (6.40)$$

Die gesamte über der Epitaxiezone abfallende Spannung ist nach (6.27) gegeben durch:

$$U_{C'} = U_T \ln \frac{p(x_{BC}) n(x_{CS})}{n_{ie}(x_{BC}) n_{ie}(x_{CS})} - U_{B'C} \quad (6.41)$$

Über der Feldzone ($x_i < x < x_{CS}$) fällt die Differenz beider Spannungen ab. Für diese Spannung gilt

$$U_F = U_{C'} - U_{inj} = U_{DF} - U_{B'C} \quad (6.42)$$

mit

$$U_{DF} = U_T \ln \left(\frac{p(x_i)}{n_{ieC}} \frac{n(x_{CS})}{n_{ieC}} \right). \quad (6.43)$$

Für die Löcherdichte am Ende der Injektionszone wird (etwas willkürlich)

$$p(x_i) = \frac{1}{10} N_{Epi} \quad (6.44)$$

angenommen.

Die Elektronendichte am Beginn des Kollektor-Substrat-Übergangs ist für ein ohmsches Bahngelände gleich der Dotierungsdichte. Bedingt durch die Feldstärkeabhängigkeit der Beweglichkeit steigt $n(x_{CS})$ mit zunehmendem Strom an. Der bei hohen Feldstärken auftretende Minimalwert ist durch $(I_C/I_{lim})N_{Epi}$ gegeben. Für $n(x_{CS})$ wird deshalb näherungsweise

$$n(x_{CS}) = \begin{cases} N_{Epi} & I_C \leq I_{lim} \\ \frac{I_C}{I_{lim}} N_{Epi} & I_C > I_{lim} \end{cases} \quad (6.45)$$

angenommen.

Für die Spannung U_{DF} gilt dann

$$U_{DF} = U_T \ln \left(\frac{1}{10} \left(\frac{N_{Epi}}{n_{ieC}} \right)^2 S_0 \right) \quad (6.46)$$

mit

$$S_0 = \begin{cases} 1 & I_C \leq I_{lim} \\ \frac{I_C}{I_{lim}} & I_C > I_{lim} \end{cases} .$$

Der über die Feldzone fließende Elektronenstrom ist ein reiner Driftstrom. Er kann mit den Ersetzungen

$$U_C \rightarrow U_F$$

$$w_{Epi} \rightarrow w_F = w_{Epi} - w_i$$

aus der für den Einsatzstrom gültigen Beziehung (6.23) berechnet werden:

$$I_C = \frac{U_F}{R_{CO}} \frac{1}{1 - \frac{w_i}{w_{Epi}}} \frac{1 + \frac{U_F}{U_{KO}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{U_F}{U_{lim}}\right)^2}} \quad (6.47)$$

Hiermit folgt für die Weite der Injektionszone

$$\frac{w_i}{w_{Epi}} = 1 - \frac{U_F}{R_{CO} I_C} \frac{1 + \frac{U_F}{U_{KO}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{U_F}{U_{lim}}\right)^2}} \quad (6.48)$$

Mit der Annahme

$$p(x_{BC}; I_C = I_{Ein}) = p(x_i) = \frac{1}{10} N_{Epi} \quad (6.49)$$

gilt

$$U_C, (I_C = I_{Ein}) = U_F \quad (6.50)$$

und man kann (6.48) in der einfachen Form

$$\frac{w_i}{w_{Epi}} = 1 - \frac{I_{Ein}}{I_C} \quad (6.51)$$

darstellen.

Für die Löcherdichte $p(x_{BC})$ gilt dann mit (6.39)

$$\begin{aligned} p(x_{BC}) &= \frac{1}{2} N_{Epi} \frac{R_{CO} I_C}{U_T} \left(1 - \frac{I_{Ein}}{I_C}\right) \\ &= \frac{w_{Epi}}{2 q A_E \mu_{n0} U_T} (I_C - I_{Ein}). \end{aligned}$$

Damit kann die in der Kollektorzone gespeicherte Löcherladung berechnet werden:

$$\begin{aligned}
 Q_{pC} &= Q_{mC} = q A_E \int_{x_{BC}}^{x_i} p \, dx \\
 &= \frac{1}{2} q A_E p(x_{BC}) w_i \\
 &= \frac{1}{4} q A_E \frac{N_{Epi}}{w_{Epi}} \frac{R_{CO}}{U_T} \frac{I_C}{I_C} \left(1 - \frac{I_{Ein}}{I_C}\right)^2
 \end{aligned} \tag{6.52}$$

Mit

$$\tau_{CO} = \frac{w_{Epi}^2}{4 \mu_{n0} U_T}$$

folgt

$$Q_{mC} = \tau_{CO} I_C \left(1 - \frac{I_{Ein}}{I_C}\right)^2. \tag{6.53}$$

Die Minoritätenzeitkonstante erhält man durch Ableitung nach dem Kollektorstrom:

$$\begin{aligned}
 \tau_{mC} &= \frac{\partial Q_{mC}}{\partial I_C} \Big|_{U_{B'C}} \\
 &= \tau_{CO} \left[\left(1 - \frac{I_{Ein}}{I_C}\right)^2 + 2 I_C \left(1 - \frac{I_{Ein}}{I_C}\right) \frac{I_{Ein}}{I_C^2} \right] \\
 &= \tau_{CO} \left(1 - \left(\frac{I_{Ein}}{I_C}\right)^2\right)
 \end{aligned} \tag{6.54}$$

Die Erhöhung der Minoritätenladung Q_{pC} wird bei kleinen Injektionsgraden durch die gleichzeitige Erhöhung der Injektionsdichte $p(x_{BC})$ und der Weite der Injektionszone w_i hervorgerufen. Bei größeren Strömen strebt w_i gegen den Maximalwert w_{Epi} . Die Erhöhung von Q_{pC} wird dann weitgehend durch den linearen Anstieg von $p(x_{BC})$ mit I_C bestimmt. Entsprechend nähert sich die Minoritätenzeitkonstante τ_{mC} asymptotisch dem Maximalwert τ_{mCO} .

6.2. Basiszone

Die Minoritätenladung in der Basis des Transistors kann in die aktive Basisladung und die, durch die endliche Elektronendichte am BC-Übergang hervorgerufene "Stauladung" unterteilt werden (/88/).

Für die Elektronendichte am BC-Übergang gilt nach (6.14)

$$n(x_{BC}) = \frac{I_C}{I_{lim}} N_{Epi} \sqrt{1 + \left(\frac{E_{lim}}{E(x_{BC})}\right)^2} \quad (6.55)$$

Sie ist auch bei hoher Feldstärke nicht verschwindend klein und hat in der Basis eine "Stauladung" Q_{BS} zur Folge:

$$\begin{aligned} Q_{BS} &= q A_E w_B n(x_{BC}) \\ &= q A_E w_B \frac{I_C}{I_{lim}} N_{Epi} \sqrt{1 + \left(\frac{E_{lim}}{E(x_{BC})}\right)^2} \end{aligned} \quad (6.56)$$

Mit $I_{lim} = q A_E v_{nsat} N_{Epi}$ folgt

$$\begin{aligned} Q_{BS} &= \frac{w_B}{v_{nsat}} I_C \sqrt{1 + \left(\frac{E_{lim}}{E(x_{BC})}\right)^2} \\ &= \tau_{BS0} I_C \sqrt{1 + \left(\frac{E_{lim}}{E(x_{BC})}\right)^2} \end{aligned} \quad (6.57)$$

Für den betrachteten Transistor gilt

$$\tau_{BS0} = \frac{w_B}{v_{nsat}} = 2,2 \text{ ps}$$

Bei hoher Feldstärke steigt die Stauladung nach (6.57) linear mit dem Kollektorstrom an. Die resultierende Zeitkonstante

$$\tau_{BS} = \left. \frac{\partial Q_{BS}}{\partial I_C} \right|_{U_B, C}$$

bildet einen konstanten Anteil der Minoritätenzeitkonstanten τ_n .

Wie in Kapitel 6.1. erläutert, nimmt mit steigendem Kollektorstrom die Feldstärke $E(x_{BC})$ ab. Entsprechend steigt die Ladung Q_{BS} stärker als linear mit dem Kollektorstrom an, die Zeitkonstante τ_{BS} wird größer. Dieser Effekt ist die Ursache für den, in den dargestellten $\tau_N(I_C)$ -Verläufen auch außerhalb des eigentlichen Hochstrombereiches zu beobachtenden leichten Anstieg.

Im Hochstrombereich erhält man mit (6.29) folgende Beziehung für die Feldstärke am BC-Übergang:

$$E(x_{BC}) = - \frac{U_T}{w_i} \left(1 - \frac{p(x_i)}{p(x_{BC})} \right) \quad (6.58)$$

Mit (6.51) und der berechtigten Annahme $p(x_i) \ll p(x_{BC})$ folgt:

$$E(x_{BC}) = - \frac{U_T}{w_{Epi}} \frac{1}{1 - I_{Ein}/I_C} \quad (6.59)$$

Die Stauladung Q_{BS} kann dann aus der Beziehung

$$Q_{BS} = \tau_{BS0} I_C \sqrt{1 + \left(\frac{E_{lim} w_{Epi}}{U_T} \right)^2 \left(1 - \frac{I_{Ein}}{I_C} \right)^2} \quad (6.60)$$

berechnet werden.

Unter Einführung der Zeitkonstante

$$\tau_{BSS} = \frac{w_{Epi} w_B}{\mu_{nOC} U_T} \quad (6.61)$$

mit $\mu_{nOC} = \mu_{n0}$ ($N = N_{Epi}$) kann (6.60) in der Form

$$Q_{BS} = \sqrt{\tau_{BS0}^2 + \tau_{BSS}^2 \left(1 - \frac{I_{Ein}}{I_C} \right)^2} I_C \quad (6.62)$$

dargestellt werden.

Durch Ableitung nach dem Kollektorstrom erhält man für die Minoritätzeitenkonstante τ_{BS} :

$$\begin{aligned} \tau_{BS} &= \sqrt{\tau_{BSO}^2 + \tau_{BSS}^2 \left(1 - \frac{I_{Ein}}{I_C}\right)^2} \\ &\quad + \frac{\frac{I_{Ein}}{I_C} \left(1 - \frac{I_{Ein}}{I_C}\right) \tau_{BSS}^2}{\sqrt{\tau_{BSO}^2 + \tau_{BSS}^2 \left(1 - \frac{I_{Ein}}{I_C}\right)^2}} \\ &= \frac{\tau_{BSO}^2 + \tau_{BSS}^2 \left(1 - \frac{I_{Ein}}{I_C}\right)}{\sqrt{\tau_{BSO}^2 + \tau_{BSS}^2 \left(1 - \frac{I_{Ein}}{I_C}\right)^2}} \end{aligned} \quad (6.63)$$

Die Zeitkonstante τ_{BS} steigt nach dem Einsetzen des Hochstromeffekts ($I_C > I_{Ein}$) in ähnlicher Weise wie die Kollektor-Minoritätzeitenkonstante τ_{mC} an. Für hohe Werte von I_C nähert sie sich dem Maximalwert

$$\tau_{BS, \max} = \sqrt{\tau_{BSO}^2 + \tau_{BSS}^2}$$

6.3. Emitterzone

Die Minoritätenladung im Emitter wird durch den Basisstrom hervorgerufen. Sie ist exponentiell von der BE-Spannung abhängig:

$$Q_{mE} = Q_{mEO} \exp \frac{U_{B'E}}{m_{QE} U_T} \quad (6.64)$$

Diese Beziehung ist, wie die numerische Simulation zeigt, im gesamten untersuchten Strom- und Spannungsbereich gültig. Für den betrachteten Transistor gilt:

$$Q_{mEO} = 1,92610^{-14} \text{ pC} \quad \frac{A_E}{100 \text{ } \mu\text{m}^2}$$

$$m_{QE} = 1,126$$

Die Minoritätenzeitkonstante τ_{mE} erhält man aus:

$$\tau_{mE} = \left. \frac{\partial Q_{mE}}{\partial I_C} \right|_{U_{B'E}} = \frac{Q_{mE}}{m_{QE} U_T} \frac{1}{S_N} \quad (6.65)$$

Mit der Steilheit S_N nach (5.52) folgt:

$$\tau_{mE} = \frac{Q_{mE}}{m_{QE} I_C} \left(1 + \frac{\tau_N \cdot I_C}{Q_P} \right) \quad (6.66)$$

Die Basis-Emitter-Spannung $U_{B'E}$ ist mit dem Kollektorstrom durch die "Integral Charge Control Relation" verknüpft (5.1). Für $U_{CE} > 0,1 \text{ V}$ gilt

$$U_{B'E} = U_T \ln \frac{Q_P I_C}{Q_{PO} I_{CS}} \quad (6.67)$$

Damit folgt für τ_{mE}

$$\tau_{mE} = \frac{Q_{mEO}}{m_{QE} I_C} \left(\frac{Q_P I_C}{Q_{PO} I_{CS}} \right)^{1/m_{QE}} \left(1 + \frac{\tau_N^* I_C}{Q_P} \right) \quad (6.68)$$

bzw.

$$\tau_{mE} = \frac{Q_{mEO}}{m_{QE} I_{CS}} \left(\frac{Q_P I_C}{Q_{PO} I_{CS}} \right) (1/m_{QE} - 1) \frac{Q_P + \tau_N^* I_C}{Q_{PO}} \quad (6.69)$$

Mit

$$\tau_{mEO} = \frac{Q_{mEO}}{m_{QE} I_{CS}}$$

und

$$S_{mE} = \left(\frac{Q_{PO} I_{CS}}{Q_P I_C} \right) (1 - 1/m_{QE})$$

erhält man

$$\tau_{mE} = \tau_{mEO} S_{mE} \frac{Q_P + \tau_N^* I_C}{Q_{PO}} \quad (6.70)$$

Für kleine Ströme ($\tau_N^* I_C \ll Q_{PO}$) ist τ_{mE} nahezu konstant. Kommt die Minoritätenladung in die Größenordnung der Ladung Q_{PO} , so steigt τ_{mE} an. Solange die Minoritätenzeitkonstante τ_N sich nur wenig ändert (außerhalb des Hochstrombereichs), ist dieser Anstieg etwa linear (vgl. Bild 6.1 und Bild 6.9). Im Bereich der "Flanke" des $\tau_N(I_C)$ -Anstiegs steigt der Verlauf von τ_{mE} stärker als linear an, um sich bei hohen Strömen mit nahezu konstanter Steigung fortzusetzen.

6.4. Zusammenfassung der Beziehungen

Die in den Kapiteln 6.1. - 6.3. hergeleiteten analytischer Beziehungen für die Minoritätenladung und die Minoritätenzeitkonstante in den verschiedenen Zonen können gut zur Optimierung der Transistorstruktur verwendet werden. Zur Beschreibung des Transistors in Netzwerkanalyseprogrammen ist die dort vorgenommene Unterteilung jedoch zu aufwendig. Im folgenden werden die Beziehungen daher zu einer gemeinsamen (vereinfachten) Gleichung für $\tau_N^*(I_C, U_{CE})$ zusammengefaßt.

Bei kleinen Strömen kann τ_N^* als stromunabhängig angesehen werden. Bedingt durch den Early-Effekt und die, von der Feldstärke am BC-Übergang abhängige, "Stauladung" in der Basis wird τ_N^* von der BC- bzw. CE-Spannung abhängig. Für die untersuchten Transistoren kann diese Spannungsabhängigkeit von τ_N^* durch die einfache (bei kleinen Strömen gültige) Beziehung

$$\tau_N^* = \tau_0 = \tau_{NO} \left(1 + \frac{U_{TNO}}{U_{CE}} \right) \quad (6.71)$$

mit den aus der Messung bzw. Simulation zu ermittelnden Parametern τ_{NO} und U_{TNO} beschrieben werden.

Mit zunehmendem Kollektorstrom wird die Feldstärke am BC-Übergang kleiner. Dies hat eine Erhöhung der Stauladung in der Basis und damit ein Ansteigen von τ_{mB} zur Folge. Weiterhin wird der Anstieg von τ_{mE} merklich. Beide Effekte werden (empirisch) durch die in diesem Strombereich gültige Beziehung

$$\tau_N^* = \tau_0 + \tau_1 \quad (6.72)$$

$$\text{mit } \tau_1 = \tau_{N1} \beta_1 \left(\frac{I_C - I_{E1}}{I_{E2} - I_{E1}} \right)^2 + \tau_{N1} (1 - \beta_1) \left(\frac{I_C - I_{E1}}{I_{E2} - I_{E1}} \right)^{\alpha_1}$$

beschrieben. Hierbei wird angenommen, daß die Minoritätenzeitkonstante ab dem Strom I_{E1} (im wesentlichen) parabelförmig ansteigt. Das Ende dieses Strombereiches ist mit dem Erreichen des Einsatzstromes $I_{E2} = I_{Ein}$ (Hochstromeffekt im Kollektor) erreicht.

Um einen stetig differenzierbaren Übergang zu der im Hochstrombereich gültigen Beziehung zu erreichen wird dem parabelförmigen Verlauf ein zusätzlicher Anteil mit dem variablen Exponenten α_1 überlagert. Eine Wichtung der beiden Anteile erfolgt durch die Konstante β_1 .

Der Einsatz des Hochstromeffekt im Kollektor beginnt bei dem Einsatzstrom

$$I_{E2} = I_{Ein} = \frac{U_{CE} - U_{CES}}{R_{CO}} \frac{1 + \frac{U_{CE} - U_{CES}}{U_{KO}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{U_{CE} - U_{CES}}{U_{lim}}\right)^2}} \quad (6.73)$$

Diese Beziehung entspricht Gleichung (6.23). Die Spannung U_C , wurde hierbei jedoch nicht in Abhängigkeit von $U_{B,C}$ beschrieben (6.27), sondern mit der Näherung

$$U_C = U_{DBC} - U_{B,C} = U_{DBC} - U_{B,E} + U_{CE} \approx U_{CE} - U_{CES} \quad (6.74)$$

als Funktion von U_{CE} und der konstanten "Kollektor-Emitter-Restspannung" U_{CES} angegeben ($U_{CES} \approx 0,1$ V). Diese Formulierung ist für die meßtechnische Bestimmung von I_{E2} günstiger, da bei größeren Strömen, bedingt durch den Spannungsabfall am Basisbahnwiderstand, die innere BC-Spannung $U_{B,C}$ nur ungenau zu bestimmen ist. Aus diesem Grund werden auch die $\tau_{N^*}(I_C)$ -Verläufe in der Regel bei konstanter CE-Spannung bestimmt.

Der nach dem Erreichen des Hochstrombereichs einsetzende Anstieg der Minoritätenzeitkonstanten verläuft für τ_{mB} und τ_{mC} in ähnlicher Form. Beide Anteile können daher zu einem gemeinsamen Term zusammengefaßt werden. Sie werden durch die bei großen Strömen etwa linear ansteigende Zeitkonstante τ_{mE} überlagert. Näherungsweise kann der im Hochstrombereich resultierende Verlauf von τ_{N^*} durch die (durch Modifikation von (6.54) entstandene) Beziehung

$$\tau_{N^*} = \tau_0 + \tau_{N1} + \tau_{N2} \left(1 - \frac{I_{Ein}}{I_C}\right)^2 \left(1 + \frac{I_C}{I_{S2}}\right) \quad (6.75)$$

beschrieben werden.

Mit diesem Verlauf von τ_{N*} im Hochstrombereich erhält man den Exponenten α_1 aus der Bedingung

$$\left. \frac{\partial \tau_{N*}(I_{E2} - \Delta I)}{\partial I_C} \right|_{U_{CE}} = \left. \frac{\partial \tau_{N*}(I_{E2} + \Delta I)}{\partial I_C} \right|_{U_{CE}} \quad \Delta I \rightarrow 0$$

zu

$$\alpha_1 = 2 \frac{1}{1 - \beta_1} \left(\frac{1}{\beta_1} \frac{\tau_{N2}}{\tau_{N1}} \left(1 - \frac{I_{E1}}{I_{E2}} \right) \left(1 + \frac{I_{E2}}{I_{S2}} \right) - 1 \right) \quad (6.76)$$

Der Verlauf $\tau_{N*}(I_C)$ wird damit im gesamten Bereich stetig differenzierbar.

Die Minoritätenladung kann durch Integration der angegebenen Beziehungen bestimmt werden. Eine Zusammenstellung der sich für τ_{N*} und Q_N in den drei Strombereichen $I_C < I_{E1}$, $I_{E1} \leq I_C < I_{E2}$ und $I_C \geq I_{E2}$ ergebenden Beziehungen ist in Kapitel 5 zu finden.

7. Modell des "realen" Transistors

Zur Beschreibung des realen integrierten Bipolartransistors muß das in Kapitel 5 für den "eigentlichen" Transistor angegebene Modell erweitert werden.

Die Gültigkeit der in Kapitel 5 zugrundegelegten eindimensionalen Beschreibung wird beim realen Transistor durch verschiedene zweidimensionale Effekte beeinträchtigt:

- die Auffächerung des Elektronenstroms führt zu einer Verringerung des inneren Kollektorbahnwiderstandes und im Hochstrombereich zu einem deutlich geringeren Anstieg der Minoritätenzeitkonstante.
- der Spannungsabfall am inneren Basisbahnwiderstand führt zu einer inhomogenen Verteilung des Elektronenstroms. Im statischen Fall ist die Injektionsdichte am Rand größer als im Inneren des Transistors (Randverdrängung).
- zusätzlich zur Injektion im Bodenbereich des Emitters findet eine Randinjektion am vertikalen Rand der Emitterzone statt. Hierdurch wird sowohl der Kollektorstrom als auch der Basisstrom erhöht.

Weiterhin müssen die in der äußeren Transistorstruktur auftretenden Bahnwiderstände und Sperrschichtkapazitäten berücksichtigt werden.

Die im folgenden angegebenen Simulationsergebnisse gelten für ein zweidimensionales Transistormodell mit einer Emitterbreite von $b_E = 2 \mu\text{m}$ und einer Emitterfläche von $A_E = 100 \mu\text{m}^2$.

7.1. Zweidimensionaler Stromfluß

7.1.1. Auffächerung des Elektronenstroms

In den Zonen mit geringer elektrischer Feldstärke (Kollektorbahngebiet, Substratzone, Injektionszone) ist die Richtwirkung der vertikalen Feldstärke relativ gering. Entsprechend bleibt der Stromfluß nicht rein vertikal, sondern fächert in lateraler Richtung auf.

Diese bei kleinen Strömen nur im Kollektor- und Substratbereich auftretende Auffächerung des Elektronenstroms zeigt Bild 7.1. Hier ist für $U_{CE} = 0,5 \text{ V}$ und $I_C = 5 \text{ mA}$ die Verteilung der Stromlinien des Elektronenstroms dargestellt. Zusätzlich sind die Äquipotentiallinien eingetragen.

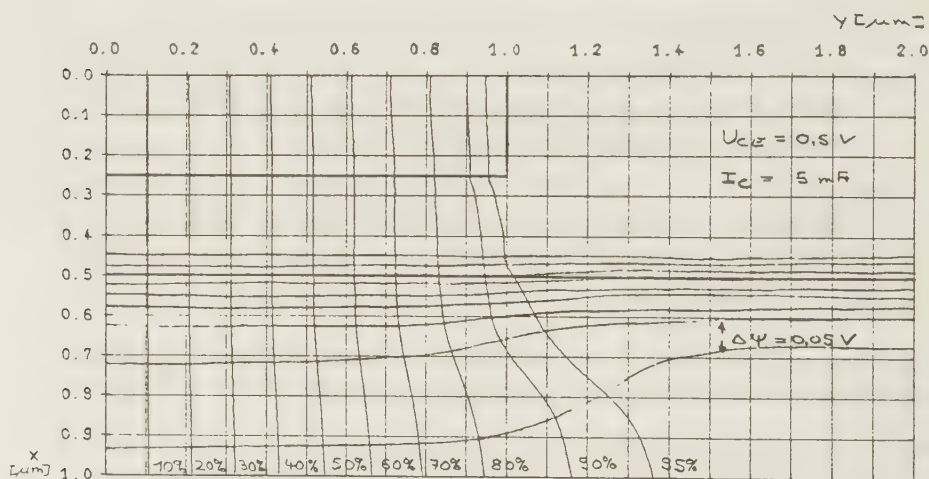


Bild 7.1: Stromlinien des Elektronenstroms und Äquipotentiallinien für $U_{CE} = 0,5 \text{ V}$ und $I_C = 5 \text{ mA}$.

Man erkennt die Verbreiterung der Stromlinien im Kollektorbahngebiet und im Inneren des Substrats.

Diese, bei größeren Weiten der Epitaxiezone noch stärker auftretende Auffächerung hat zur Folge, daß der effektive Kollektorbahnwiderstand gegenüber dem eindimensional berechneten Wert kleiner ist (spreading resistance).

Gelangt der Transistor in den Hochstrombereich, so sinkt die Feldstärke am BC-Übergang und in der Basis auf kleine Werte ab. Als Folge tritt dann auch in diesem Bereich eine verstärkte Auffächerung des Elektronenstroms auf. Die sich im Hochstrombereich für $U_{CE} = 0,5 \text{ V}$ und $I_C = 25 \text{ mA}$ ergebende Verteilung der Strom- und Äquipotentiallinien zeigt Bild 7.2.

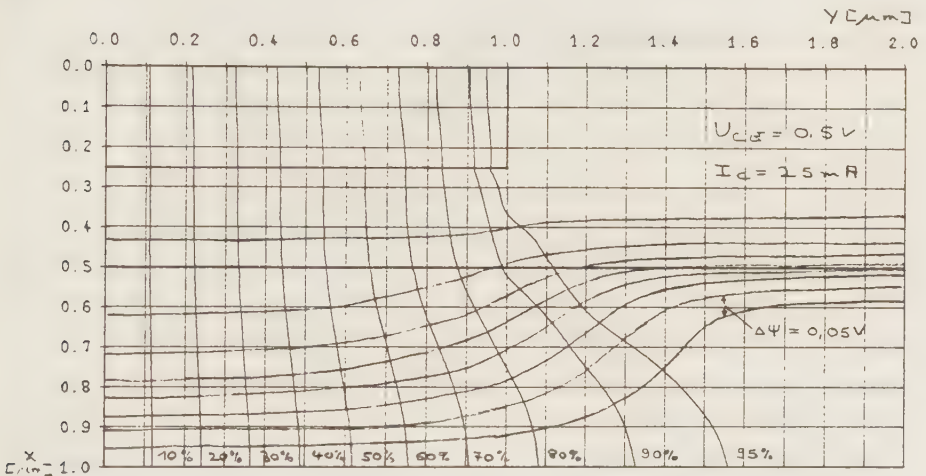


Bild 7.2: Stromlinien des Elektronenstroms und Äquipotentiallinien für $U_{CE} = 0,5 \text{ V}$ und $I_C = 25 \text{ mA}$.

Wie man erkennt, ist die Auffächerung im Basis- und Kollektorbereich gegenüber Bild 7.1 wesentlich stärker geworden.

Die für diesen Arbeitspunkt in lateraler Richtung auftretende Verteilung der Vertikalkomponente der Elektronenstromdichte zeigt Bild 7.3. Man erkennt die im Basisbereich auftretende, durch den Spannungsabfall am inneren Basisbahnwiderstand hervorgerufene Erhöhung des Elektronenstroms am Emitterring. Diese Erhöhung wird in der Kollektorzone durch die auftretende Auffächerung derart verringert, daß für die Beschreibung der Kollektorzone die Randverdrängung nicht betrachtet werden muß.

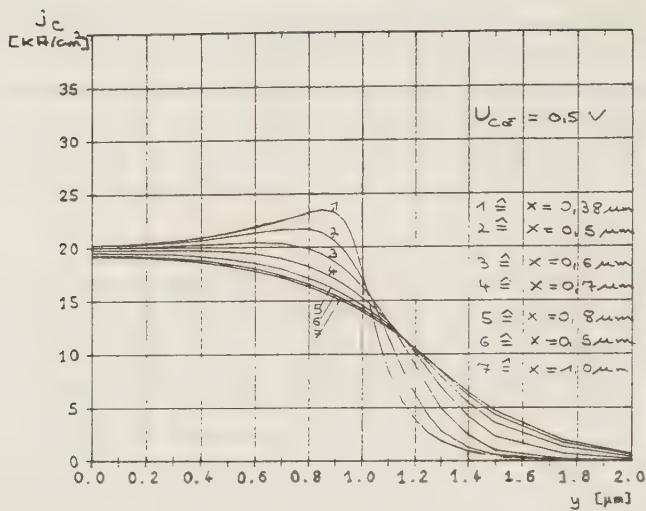


Bild 7.3: Laterale Verteilung der Elektronenstromdichte
für $U_{CE} = 0.5 \text{ V}$ und $I_C = 25 \text{ mA}$.

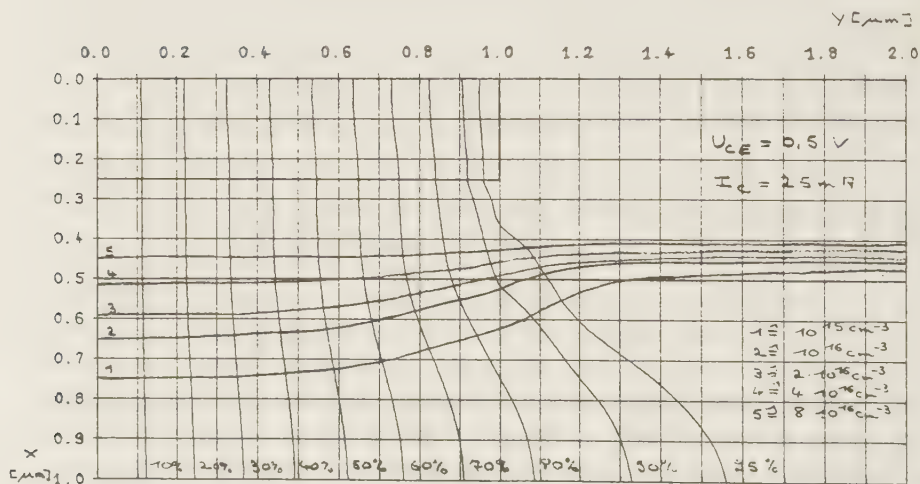


Bild 7.4 Stromlinien und Linien gleicher Löcherdichte
für $U_{CE} = 0.5 \text{ V}$ und $I_C = 25 \text{ mA}$.

Zusätzlich zur Auffächerung des Elektronenstroms tritt im Hochstrombereich eine Auffächerung der injizierten Löcherdichte auf. Sie ist in der Kollektorzone über die Beziehung

$$p = n_{ie} \exp(\phi_p - \psi)$$

mit

$$n_{ie} \approx n_i = \text{const.}$$

$$\phi_p \approx U_{B'E} = \text{const.} \quad (\text{vgl. Bild 3.17})$$

direkt mit der Potentialverteilung verknüpft. Entsprechend verlaufen die in Bild 7.4 für $U_{CE} = 0,5 \text{ V}$, $I_C = 25 \text{ mA}$ dargestellten Linien gleicher Löcherdichte in gleicher Weise wie die Äquipotentiallinien in Bild 7.2.

Die laterale Verteilung der Löcherdichte zeigt Bild 7.5. Im Gegensatz zur Elektronenstromdichte ist die außerhalb des inneren Transistors ($y > 1 \mu\text{m}$) auftretende Löcherdichte nur relativ gering. Dies wird auch in Bild 7.6 deutlich. Hier ist für $U_{CE} = 0,5 \text{ V}$ die Aufteilung der im Transistor gespeicherten Minoritätenladung in den Anteil Q_{mi} des inneren Transistors (Bereich unter dem Emitter) und den im äußeren Transistor vorhandenen Anteil Q_{ma} gezeigt. Der Ladungsanteil Q_{ma} beträgt auch bei hohen Strömen nicht mehr als 10% der Gesamtminoritätenladung Q_m .

Durch die Auffächerung wird der innere Kollektorbahnwiderstand im Hochstrombereich erheblich verringert. Dies hat zur Folge, daß die vertikale Ausdehnung der Injektionszone bei vorgegebenem Kollektorstrom erheblich kleiner als im eindimensionalen Fall ist (vgl. (6.48)). Entsprechend ist der Anstieg der im Kollektor vorhandenen Minoritätenladung Q_{mc} und der Minoritätenzeitkonstante τ_{mc} geringer als im eindimensionalen Fall. Der kleinere Wert der Löcherdichte am BC-Übergang (vgl. (6.39)) führt zu einem geringeren Zuwachs der "Stauladung" in der Basis. Weiterhin führen kleinere Werte für Q_p und τ_{N*} nach (6.70) zu einer ebenfalls verringerten Minoritätenladung im Emitter.

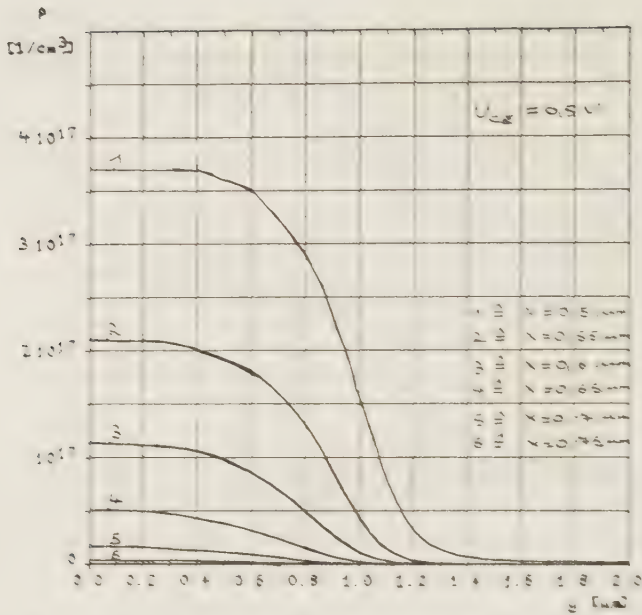


Bild 7.5: Laterale Verteilung der Kollektorstromdichte j_C für $U_E = 0,5$ V und $I_C = 25$ mA.

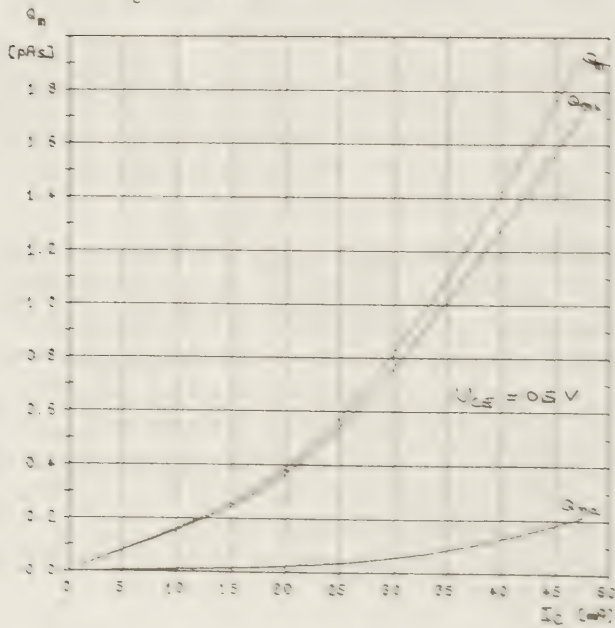


Bild 7.6: Laterale Verteilung der Kollektorstromdichte j_C für $U_E = 0,5$ V und $I_C = 25$ mA.

Die vorwiegend im Kollektor auftretende Auffächerung des Elektronenstroms beeinflusst somit die Minoritätenladung in allen Bereichen des Transistors. Dies wird durch Bild 7.7 bestätigt. Hier sind für $U_{CE} = 0,5 \text{ V}$ die Anteile τ_{mE} , τ_{mB} und τ_{mC} der Minoritätenzeitkonstante τ_N in Abhängigkeit vom Kollektorstrom dargestellt. Durch Vergleich mit Bild 6.1 wird der gegenüber der eindimensionalen Simulation erheblich flachere Verlauf der Kurven deutlich.

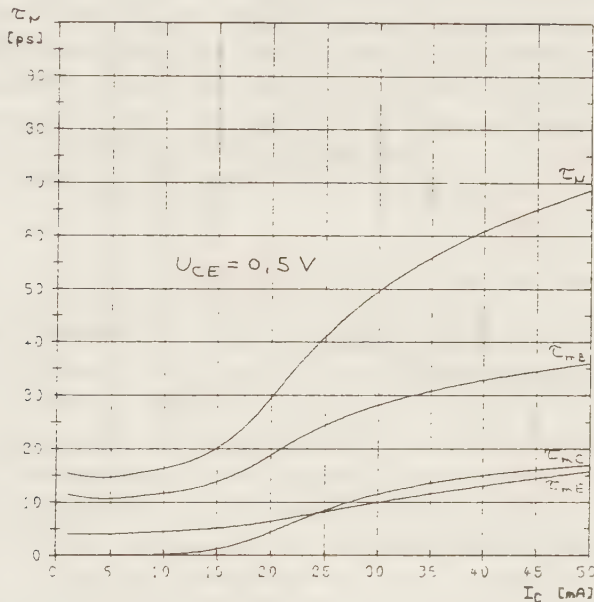


Bild 7.7: Unterteilung der Minoritätenzeitkonstante τ_N in Emitter-, Basis- und Kollektoranteil.

Wie in Kapitel 11 gezeigt, kann die für den eindimensionalen Fall hergeleitete Beziehung (5.54) mit guter Genauigkeit auch zur Beschreibung des $\tau_N^*(I_C)$ -Verlaufs des realen Transistors verwendet werden. Zur Berücksichtigung der Auffächerung ist somit kein zusätzlicher Modellierungsaufwand erforderlich.

7.1.2. Emitterrandverdrängung

Der laterale Spannungsabfall am inneren Basisbahnwiderstand r_{Bi} hat eine inhomogene Strom- und Ladungsverteilung zur Folge.

Im statischen Fall steigt die Elektronen- und Löcherstromdichte von der Mitte zum Rand des Emitters hin an (Emitter-Randverdrängung). Da der Emitter bei größeren Stromdichten verstärkt am Rand injiziert, wird der mittlere Weg für die vom Basiskontakt in die innere Basis fließenden Löcher kürzer. Dies hat zur Folge, daß der innere Basisbahnwiderstand r_{Bi} abnimmt. Diese Stromabhängigkeit des inneren Basisbahnwiderstandes kann, außerhalb des Hochstrombereichs und bei vernachlässigbarer Auffächerung des Elektronenstroms, durch die in /73/, /74/ und /79/ angegebenen Beziehungen beschrieben werden.

Sehr viel komplizierter ist es, den Spannungsabfall am inneren Basisbahnwiderstand im Schaltbetrieb zu berücksichtigen. Da die beim Schalten verwendeten Basisströme erheblich größer als die statischen Basisströme sind, ist der resultierende Spannungsabfall deutlich größer. Beim Einschaltvorgang ($i_B > 0$) injiziert der Emitter bevorzugt am Rand. Entsprechend ist r_{Bi} klein. Beim Ausschaltvorgang ($i_B < 0$) fließen die Löcher aus der Basis heraus. Hierbei wird zunächst die Basisladung am Rand des Emitters abgebaut. Der innere Basisbahnwiderstand ist daher zunächst sehr klein. Anschließend verschiebt sich die seitliche Begrenzung der restlichen Basisladung immer weiter zur Mitte des Emitters hin. Der Bahnwiderstand der inneren Basis steigt mit abnehmender Basisladung (abnehmendem Kollektorstrom) an /74/.

Diese Strom- und Zeitabhängigkeit von r_{Bi} kann außerhalb des Hochstrombereichs näherungsweise durch Mittelwerte berücksichtigt werden /74/. Eine genauere Beschreibung erhält man jedoch, wenn man den Transistor durch eine Kette von Teiltransistoren mit durch Elemente des Basisbahnwiderstandes gekoppelten Basen beschreibt. Wie in /75/ gezeigt wird, ist bereits mit einem einfachen Zwei-Transistor-Modell eine gute Beschreibung des Schaltverhaltens möglich.

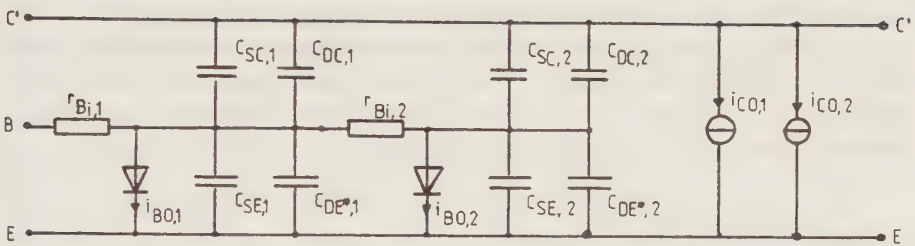


Bild 7.8: Zwei - Transistor - Modell nach /75/.

Das hierbei zugrundegelegte (für den Verstärkerbereich gültige) Ersatzschaltbild zeigt Bild 7.8. Der Basisbahnwiderstand wurde hierbei in die beiden Elemente

$$r_{Bi,1} = 0,15 r_{Bi}$$

$$r_{Bi,2} = 0,5 r_{Bi}$$

unterteilt. Die von $U_{B'E,1}$ abhängigen Ströme und Kapazitäten des ersten Teiltransistors wurden hierbei mit dem Wichtungsfaktor 0,4 die von $U_{B'E,2}$ abhängigen Größen des zweiten Teiltransistors mit dem Wichtungsfaktor 0,6 versehen.

Der Einfluß der Randverdrängung wird durch die auftretende, analytisch nur schwierig zu erfassende Auffächerung des Elektronenstroms verringert (vgl. Bild 7.3). Die in /73/ und /74/ angegebenen analytischen Beziehungen sind daher nur als Näherungswerte (obere Grenzwerte) für die tatsächlich auftretende Randverdrängung zu betrachten.

Bei größeren Kollektorströmen wird die Löcherdichte in der Basis durch die injizierte Elektronendichte moduliert. Entsprechend wird der Bahnwiderstand der inneren Basis kleiner. Gelangt der Transistor in den Hochstrombereich, so wird r_{Bi} durch die in den Kollektor (und den Emitter) injizierte Löcherdichte weiter verringert. Diese Verringerung kann (bei kleiner Emitter-Randverdrängung) näherungsweise berücksichtigt werden, indem der Schichtwiderstand der inneren Basis (vgl. 7.10) über die Beziehung

$$r_{sBi} = r_{sBi0} \frac{Q_{p0}}{Q_p} \quad (7.1)$$

von der im Transistor gespeicherten Löcherladung abhängig gemacht wird. Hier bezeichnet r_{sBi0} den ohne anliegende Spannungen ($U_{BE} = 0$, $U_{BC} = 0$) auftretenden Wert des Schichtwiderstandes.

7.1.3. Emitterrandinjektion

In Kapitel 5 werden nur die über den Emitterboden fließenden Anteile des Basis- und Kollektorstroms betrachtet. Zusätzlich zu dieser vertikalen Injektion tritt jedoch eine laterale Randinjektion und damit ein Randanteil sowohl des Basis- als auch des Kollektorstroms auf.

Das Verhältnis von Rand- und Bodenstrom ist abhängig von der Transistorgeometrie. Durch sorgfältige Messungen an Testtransistoren mit unterschiedlichen Geometrien /87/ konnte bestätigt werden, daß (bei kleinen Strömen) folgender einfache Zusammenhang zwischen den beiden Anteilen besteht:

$$I_{B,Rand} = \gamma_B \frac{U_{EO}}{A_{EO}} I_{B,Boden} \quad (7.2)$$

$$I_{C,Rand} = \gamma_C \frac{U_{EO}}{A_{EO}} I_{C,Boden} \quad (7.3)$$

mit

$$A_{EO} = l_{EO} \cdot b_{EO}$$

$$U_{EO} = 2 (l_{EO} + b_{EO}).$$

Hierbei sind l_{EO} und b_{EO} die sich ohne Berücksichtigung der Unterdiffusion ergebenden Abmessungen des Emitterbodens. Sie entsprechen den Maskenmaßen.

Wie in /87/ gezeigt, kann der Randanteil des Kollektorstroms berücksichtigt werden, indem die Emitterabmessungen des eigentlichen Transistors nach den Beziehungen

$$l_E = l_{EO} + \Delta x \quad (7.4)$$

$$b_E = b_{EO} + \Delta x$$

mit $\Delta x = 2 \gamma_C$ berechnet werden.

Der Wert für γ_C wurde durch Vergleichsmessungen an Transistoren mit unterschiedlichem Umfang-zu-Fläche-Verhältnis bestimmt /87/. Für die untersuchten Transistoren ist mit

$$\gamma_C = 0,1 \mu\text{m}$$

bzw.

$$\Delta x = 0,2 \mu\text{m}$$

der Einfluß des Randteils von I_C relativ gering.

Für die Konstante γ_B ist bei Verwendung von (7.4) der modifizierte Wert

$$\gamma_B^* = \gamma_B - \gamma_C \quad (7.5)$$

einzusetzen. Für die betrachteten Transistoren gilt

$$\gamma_B^* = 0,36 \mu\text{m}.$$

Der Kollektorstrom des "realen" Transistors ist dann identisch mit dem Kollektorstrom des "eigentlichen" Transistors. Der Basisstrom I_B teilt sich auf in den Basisstrom des "eigentlichen" Transistors

$$I_{B,\text{Boden}} = I_B \frac{1}{1 + \gamma_B^* \frac{U_{EO}}{A_{EO}}} \quad (7.6)$$

und den Basis-Randstrom

$$I_{B,\text{Rand}} = I_B \frac{\gamma_B^* \frac{U_{EO}}{A_{EO}}}{1 + \gamma_B^* \frac{U_{EO}}{A_{EO}}} \quad (7.7)$$

Die Stromverstärkung des "eigentlichen" Transistors ist mit der Stromverstärkung des "realen" Transistors durch die Beziehung

$$B_{N,Boden} = B_N \left(1 + \gamma_B \cdot \frac{U_{EO}}{A_{EO}} \right) \quad (7.8)$$

verknüpft.

Für den zur Überprüfung des Modells verwendeten Transistor gilt mit $I_{EO} = 23,2 \mu\text{m}$, und $b_{EO} = 2,15 \mu\text{m}$:

$$\gamma_B \cdot \frac{U_{EO}}{A_{EO}} = 0,37$$

bzw.

$$\frac{B_{N,Boden}}{B_N} = 1,37$$

Die Stromverstärkung des "eigentlichen" Transistors ist damit deutlich größer als die Stromverstärkung des "realen" Transistors.

Die Gültigkeit der obigen Aufteilung in Rand- und Bodenströme konnte für kleine Ströme nachgewiesen werden /87/. In dieser Arbeit wird angenommen, daß sich die Verhältnisse auch nach Erreichen des Hochstrombereichs nicht ändern. Weiterhin wird angenommen, daß die durch die Randinjektion hervorgerufene Minoritätenladung (Randladung) die gleiche Strom- und Spannungsabhängigkeit aufweist, wie die Minoritätenladung des "inneren" Transistors. Unter diesen Voraussetzungen ist die Randinjektion durch die Erhöhung der Emitter-Bodenfläche nach (7.4) und die Einführung einer zusätzlichen, nicht mehr zum "eigentlichen" Transistor gehörenden, "äußeren" BE-Diode mit dem Diodenstrom nach (7.7) vollständig beschrieben.

7.2. Einfluß des "äußeren" Transistors

Bisher wurde nur der "eigentliche" bzw. "innere" Transistor betrachtet. Sein Verhalten wird durch die in Kapitel 5 angegebenen Beziehungen (mit den Modifikationen nach 7.1) richtig beschrieben. Zur Beschreibung des "realen" Transistors muß zusätzlich noch der Einfluß des "äußeren" Transistors betrachtet werden.

Die an einer integrierten npn-Transistorstruktur auftretenden äußeren (parasitären) Kapazitäten und Bahnwiderstände sind in den, in Bild 7.9 gezeigten Querschnitt eingetragen.

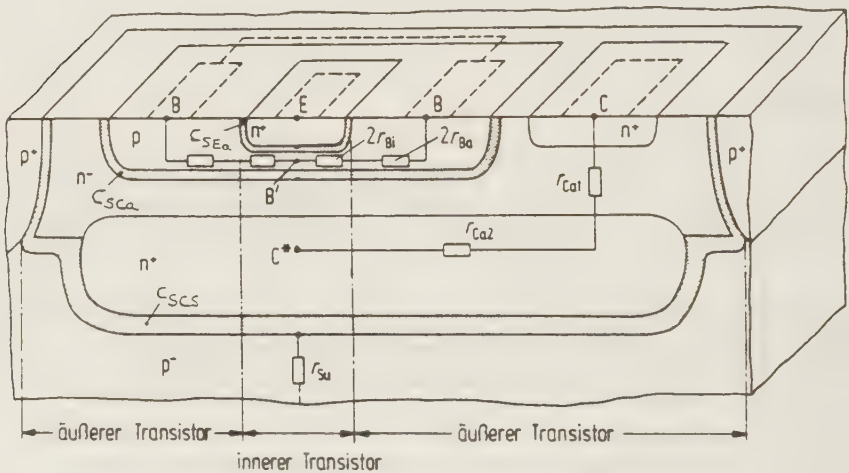


Bild 7.9: Querschnitt durch einen integrierten npn-Transistor.

Es sind dies der Basisbahnwiderstand $r_B = r_{Bi} + r_{Ba}$, der äußere Kollektorbahnwiderstand $r_{Ca} = r_{Ca1} + r_{Ca2}$, der Bahnwiderstand des p-Substrats r_{Su} sowie die äußere BE-Sperrschichtkapazität C_{SEa} , die äußere BC-Sperrschichtkapazität C_{SCa} und die Sperrschichtkapazität des Kollektor-Substrat-Übergangs C_{SCS} . Zusätzlich muß die, den Randanteil des Basisstroms beschreibende äußere BE-Diode (vgl. Kap. 7.1) und (bei kleinen CE-Spannungen) die äußere BC-Diode berücksichtigt werden.

Der äußere Basisbahnwiderstand setzt sich zusammen aus dem Kontaktwiderstand der p-Kontaktierung und dem Widerstand der p-Zone:

$$r_{Ba} = \frac{r_{sBa} \frac{b_a}{2} + r_K}{l_E} \quad (7.9)$$

In dieser, für einen Transistor mit einem Emitter- und zwei Basisstreifen gültigen Beziehung ist r_{sBa} der Schichtwiderstand der äußeren Basiszone und b_a der Abstand zweier gegenüberliegender Ränder von Basiskontakt und Emitterzone. Die Größe r_K ist von den Verhältnissen am Kontakt abhängig /79/.

Für den unmodulierten inneren Basisbahnwiderstand gilt bei vernachlässigbar kleiner Emitter-Randverdrängung:

$$r_{Bi0} = \frac{1}{12} r_{sBi} \frac{b_E}{l_E} \quad (7.10)$$

Hierbei ist r_{sBi} der Schichtwiderstand der inneren Basis. Der Einfluß der Randverdrängung kann in der in /74/ gezeigten Weise berücksichtigt werden.

Der äußere Kollektorbahnwiderstand besteht aus den Anteilen

$$r_{Ca1} = \varrho_{Epi} \frac{w_{Ca}}{l_C b_C} \quad (7.11)$$

$$r_{Ca2} \approx r_{svC} \frac{l_{vC}}{l_C} \quad (7.12)$$

Hierbei sind ϱ_{Epi} der spezifische Widerstand der Epitaxieschicht, r_{svC} der Schichtwiderstand des Subkollektors, l_C die Länge und b_C die Breite des Kollektorkontakts. w_{Ca} ist der Abstand zwischen Kollektor-Kontaktdiffusion und Subkollektor, l_{vC} die Länge des Subkollektors (von der Mitte der Emitterzone bis zur Mitte der Kollektorkontakt-Diffusion).

Die äußeren Sperrschichtkapazitäten werden durch die bekannten Beziehungen der Form

$$C_S = C_{S0} \frac{1}{(1 - \frac{U}{U_D})^{n_k}}$$

(vgl. (5.27) bzw. (5.29)) beschrieben.

7.3. Vollständiges Ersatzschaltbild

Unter Berücksichtigung der äußeren Dioden, Bahnwiderstände und Sperrschichtkapazitäten erhält man folgendes Ersatzschaltbild für den integrierten npn-Transistor:

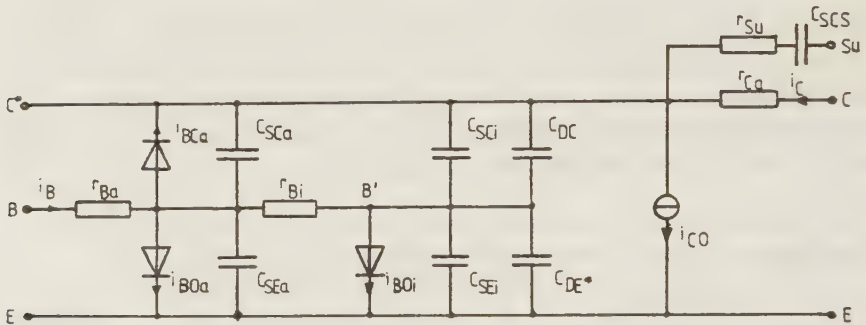


Bild 7.10: Vollständiges Ersatzschaltbild des "realen" Transistors.

Der in Kapitel 5 beschriebene Basisstrom und die Sperrschichtkapazitäten des "eigentlichen" Transistors wurden hierbei zur Unterscheidung von den Größen des "äußeren" Transistors mit dem Index i versehen:

$$C_{SEi} \triangleq C_{SE} \text{ in Bild 5.37}$$

$$C_{SCi} \triangleq C_{SC} \text{ in Bild 5.37}$$

$$i_{BOi} \triangleq i_{BO} \text{ in Bild 5.37}$$

Die Sperrschichtkapazitäten greifen strenggenommen "verteilt" an den Bahnwiderständen an. Um den Rechenaufwand in Grenzen zu halten werden sie dennoch durch konzentrierte Elemente angenähert.

8. Bestimmung der Modellparameter

Die Bestimmung der Modellparameter sollte auf einfache Weise und mit möglichst geringem meßtechnischen Aufwand erfolgen können. Im folgenden wird der zur Bestimmung der Parameter des in dieser Arbeit vorgestellten Modells notwendige Meßaufwand kurz umrissen. Anschließend werden die zur Bestimmung der Parameter verwendeten Verfahren beschrieben.

Die Parameter zur Beschreibung des statischen Kollektor- und Basisstroms werden aus einfach zu realisierende Messungen der statischen Stromverstärkung B_N bzw. aus den gemessenen $I_C(U_{BE})$ - und $I_B(U_{BE})$ -Verläufen bestimmt.

Zur Bestimmung der Parameter der Sperrschichtkapazitäten sind Kapazitäts-Spannungsmessungen mit gebräuchlichen Kapazitätsmeßbrücken erforderlich.

Zur Beschreibung der Diffusionskapazitäten muß die Minoritätenzeitkonstante τ_N^* bestimmt werden. Hierzu wird die Transitfrequenz f_T des Transistors gemessen /78/. Für die interessierenden schnellen Bipolartransistoren ($f_T > 6$ GHz) geschieht dies i.a. durch die Bestimmung der S-Parameter mit Hilfe von Mikrowellen-Netzwerkanalysatoren /76/, /77/. Dieses Verfahren ist mit einigem meßtechnischen Aufwand verbunden, für die genaue Bestimmung des τ_N^* (I_C)-Verlaufs jedoch unabdingbar.

Zur Bestimmung der Bahnwiderstände müssen auf dem Chip spezielle Teststrukturen zur Messung der Schichtwiderstände vorgesehen werden. Bei Kenntnis der Abmessungen können dann die entsprechenden Bahnwiderstände berechnet werden.

8.1. Parameter zur Beschreibung des statischen Verhaltens

8.1.1. Parameter zur Beschreibung des Basisstroms

Der statische Basisstrom wird durch die Beziehung

$$I_B = I_{BS} \left(\exp \frac{U_{B'E}}{m_B U_T} - 1 \right) \quad (8.1)$$

mit dem Sättigungsstrom I_{BS} und dem konstanten Emissionsfaktor m_B beschrieben.

Zur Bestimmung dieser Parameter ist eine statische $I_B(U_{BE})$ -Messung notwendig. Die obere Grenze für den hierbei zu wählenden Strombereich ist durch den Einfluß des Basisbahnwiderstandes bzw. durch Temperatureffekte gegeben (Umbiegen der Kennlinie). Eine untere Grenze ist durch die bei sehr kleinen Strömen sich verstärkt auswirkende Rekombination gegeben.

Da der Wert der BC-Spannung im betrachteten Spannungsbereich ohne Einfluß auf die $I_B(U_{BE})$ -Kennlinie ist, kann diese Messung bei (leicht zu realisierender) konstanter CE-Spannung U_{CE} erfolgen.

Trägt man den gemessenen Basisstrom im logarithmischen, die BE-Spannung im linearen Maßstab auf, so kann der Verlauf der Meßwerte durch die Gerade

$$U_{B'E} = m_B U_T \ln \frac{I_B}{I_{BS}} \quad (8.2)$$

angenähert werden.

Der Emissionsfaktor m_B kann dann aus zwei auf der Geraden liegenden Punkten $(U_{B'E1}, I_{B1})$ und $(U_{B'E2}, I_{B2})$ berechnet werden:

$$m_B = \frac{U_{B'E2} - U_{B'E1}}{U_T} \frac{1}{\ln(I_{B2}/I_{B1})} \quad (8.3)$$

Den Sättigungsstrom I_{BS} erhält man aus:

$$I_{BS} = I_{B1} / \exp\left(\frac{U_{B'E1}}{m_B U_T}\right) = I_{B2} / \exp\left(\frac{U_{B'E2}}{m_B U_T}\right) \quad (8.4)$$

8.1.2 Parameter zur Beschreibung des Kollektorstroms

Der statische Kollektorstrom wird durch die Parameter Q_{p0} und I_{CS} beschrieben.

Der Parameter Q_{p0} kann wahlweise aus den Daten des Transistors ($r_{sBi}, w_B, C_{SE}, C_{SC}$) oder direkt aus den gemessenen $I_C(U_{BE})$ - bzw. $B_N(I_C)$ -Verläufen ermittelt werden. Der Sättigungsstrom I_{CS} wird in beiden Fällen aus dem Kennlinienverlauf ermittelt.

Die Bestimmung von Q_{p0} aus den technologischen Daten hat gegenüber dem zweiten Verfahren den Vorteil, daß eine enge Kopplung zum Dotierungsprofil erhalten bleibt. Dies ist für Optimierungszwecke nützlich. Allerdings ist der hierbei notwendige Aufwand zur genauen Bestimmung von Q_{p0} erheblich. Einfacher ist es, sowohl Q_{p0} als auch I_{CS} aus den Kennlinienverläufen zu bestimmen. Im folgenden werden beide Möglichkeiten zur Bestimmung der statischen Parameter kurz beschrieben.

8.1.2.1 Bestimmung von Q_{p0} aus den technologischen Daten

Vorraussetzung für diese Art der Bestimmung von Q_{p0} ist die Kenntnis der metallurgischen Weite der inneren Basis w_B und des Schichtwiderstandes r_{sBi0} . Weiterhin müssen die Sperrschichtkapazitäten C_{SE} und C_{SC} für den Arbeitspunkt ($U_{BE} = 0, U_{BC} = 0$) gemessen werden.

Für den Schichtwiderstand r_{sBi0} der inneren Basis gilt:

$$r_{sBi0} = \frac{1}{\int_{x_E}^x q \mu_p p dx} \quad (8.5)$$

Zieht man μ_p als Mittelwert vor das Integral, so erhält man folgende Beziehung zwischen Löcherladung und Schichtwiderstand

$$Q_{p0} = \frac{A_E}{\bar{\mu}_p r_{sBi0}} \quad (8.6)$$

Die Berechnung von Q_{p0} reduziert sich dann bei Kenntniss von r_{sBi0} auf die Mittelwertbildung für μ_p .

Die Beweglichkeit μ_p ist über die Beziehung (2.23) von der Gesamtdotierung N_t abhängig. Zur Bestimmung von μ_p wird in (2.23) näherungsweise eine, dem Mittelwert entsprechende, effektive Dotierungsdichte $\bar{N}_B$ für N_t eingesetzt.

Die Mittelwertbildung für N_t muß im Bereich der "neutralen" Basis erfolgen, da nur hier die Löcherdichte eine relevante Größenordnung erreicht. Die "effektive" Basisweite ergibt sich hierbei aus der metallurgischen Basisweite w_B unter Abzug der Ausdehnungen der BE- und BC-Raumladungszonen in die Basis (w_1 bzw. w_2).

$$w_{B,eff} = w_B - (w_1 + w_2)$$

Die Strecken w_1 und w_2 können näherungsweise aus den Werten der Sperrschichtkapazitäten berechnet werden.

Hierzu wird angenommen, daß die Ausdehnung der BE-Raumladungszone in den Emitterbereich vernachlässigbar klein ist und der BE-Übergang sich in diesem Spannungsbereich ($U_{BE} = 0$) wie ein abrupter pn-Übergang verhält. Beide Annahmen werden durch die numerisch exakte Simulation bestätigt. Unter der zusätzlichen Näherung einer konstanten Basisdotierung in diesem Bereich ($N_B \approx N_{B,max}$), kann für die Sperrschichtkapazität die bekannte Beziehung

$$C_{SEO} = A_E \sqrt{\frac{q \epsilon N_{B,max}}{2 U_D}} \quad (8.7)$$

angewendet werden.

Hieraus erhält man einen Näherungswert für das Maximum der Basisdotierungsdichte

$$N_{B,max} = \frac{2 U_D}{q \epsilon} \left(\frac{C_{SEO}}{A_E} \right)^2 \quad (8.8)$$

bzw. mit

$$w_1 = \frac{\epsilon \cdot A_E}{C_{SEO}} \quad (8.9)$$

die Ausdehnung der BE-Raumladungszone in die Basis.

Die Bestimmung der Sperrschichtkapazität im Emitter-Bodenbereich (C_{SE0}) und der Diffusions-Spannung U_D wird in Kapitel 8.2 näher beschrieben.

Mit dem Maximalwert $N_{B,max}$ wird das Basisprofil für $x > x_1 = x_{BE} + w_1$ durch einen exponentiellen Verlauf angenähert.

$$N = N_{B,max} \exp\left(-\frac{x - x_1}{L}\right) - N_{Epi} \quad (8.10)$$

Mit $N(x_{BC}) = 0$ folgt für L :

$$L = \frac{x_{BC} - x_1}{\ln\left(\frac{N_{B,max}}{N_{Epi}}\right)} \quad (8.11)$$

Die Sperrschichtkapazität bzw. die Ausdehnung der RLZ in die Basis w_2 dieses "konstant-exponentiellen" pn-Übergangs kann iterativ berechnet werden (z.B./58/).

Den Mittelwert $\bar{N}_B$ erhält man damit aus:

$$\begin{aligned} \bar{N}_B &= \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} (N_{B,max} \exp\left(-\frac{x - x_1}{L}\right) - N_{Epi}) dx \\ &= \frac{L}{x_2 - x_1} N_{B,max} (1 - \exp\left(-\frac{x_2 - x_1}{L}\right) - N_{Epi}) \end{aligned} \quad (8.12)$$

Aus der Beziehung (2.23) wird mit diesem Wert $N_t \approx \bar{N}_B$ die mittlere Beweglichkeit

$$\bar{\mu}_p = \mu_{pmin} + \frac{\mu_{pmax} - \mu_{pmin}}{1 + \left(\frac{\bar{N}_B}{N_{ref}}\right)^\alpha} \quad (8.13)$$

berechnet. Aus (8.6) folgt der Wert der Löcherladung Q_{p0} .

Der Sättigungsstrom I_{CS} kann mit

$$I_{CS} = I_C \frac{Q_P}{Q_{P0}} \frac{1}{\exp U_{B'E}/U_T - \exp U_{B'C}/U_T} \quad (8.14)$$

und

$$Q_P = Q_{P0} + \Delta Q \quad (8.15)$$

$$\Delta Q = \Delta Q_{SE} + \Delta Q_{SC} + Q_N$$

aus der $I_C(U_{BE})$ -Messung bestimmt werden. Dies muß in einem Bereich geschehen, in dem der Einfluß des Basisbahnwiderstandes noch vernachlässigbar klein ist. Weiterhin ist darauf zu achten, daß die im Transistor umgesetzte Verlustleistung nicht zu einer Temperaturerhöhung führt.

Wahlweise kann I_{CS} auch nach dem im folgenden beschriebenen Verfahren aus dem Stromverstärkungsverlauf bestimmt werden. Hierbei ist der Einfluß des Basisbahnwiderstandes deutlich geringer.

Die Ladungsanteile ΔQ_{SE} , ΔQ_{SC} und Q_N können nach der Bestimmung der entsprechenden Parameter (vgl. Kapitel 8.2 und 8.3) leicht aus den in Kapitel 5.3 angegebenen Beziehungen berechnet werden.

8.1.2.2. Bestimmung von Q_{P0} und I_{CS} aus der $B_N(I_C)$ -Messung

Die Bestimmung von Q_{P0} nach dem in 8.1.1.1. beschriebenen Verfahren setzt die Kenntnis von r_{sB1} und w_B voraus. Weiterhin ist das Verfahren relativ aufwendig. Diese Nachteile vermeidet die direkte Ermittlung von Q_{P0} und I_{CS} aus dem gemessenen $B_N(I_C)$ -Verlauf.

Durch Umformung von (4.29) erhält man für die Stromverstärkung

$$B_N = \frac{I_{CS}}{I_{BS}} \frac{Q_{P0}}{Q_P} \left(\frac{I_B}{I_{BS}} \right)^{(m_B-1)}. \quad (8.16)$$

Die Ladungsanteile $\Delta Q_{SE}, \Delta Q_{SC}$ und Q_N können mit

$$U_{B'E} = m_B U_T \ln \frac{I_B}{I_{BS}} \quad (8.17)$$

$$U_{B'C} = U_{B'E} - U_{C'E}$$

leicht aus den in Kapitel 5.3 angegebenen Beziehungen bestimmt werden.

Zur Berechnung der beiden Parameter I_{CS} und Q_{p0} werden in zwei Arbeitspunkten, die in ausreichend großem Abstand voneinander liegen müssen, die statische Stromverstärkung B_N und die Klemmenströme I_C und I_B gemessen. Auch hier müssen die Arbeitspunkte so gewählt werden, daß die im Transistor umgesetzte Verlustleistung ohne Einfluß bleibt.

Mit den gemessenen Stromverstärkungen B_{N1} und B_{N2} in den Arbeitspunkten $A_1 (I_{C1}, I_{B1}, \Delta Q_1)$ und $A_2 (I_{C2}, I_{B2}, \Delta Q_2)$ erhält man zwei Gleichungen für die unbekannten Parameter I_{CS} und Q_{p0} :

$$\frac{1}{I_{CS}} \frac{1}{Q_{p0}} (Q_{p0} + \Delta Q_1) = \frac{1}{B_{N1}} \frac{1}{I_{BS}} \left(\frac{I_{B1}}{I_{BS}} \right) (m_B - 1) = \alpha_1$$

$$\frac{1}{I_{CS}} \frac{1}{Q_{p0}} (Q_{p0} + \Delta Q_2) = \frac{1}{B_{N2}} \frac{1}{I_{BS}} \left(\frac{I_{B2}}{I_{BS}} \right) (m_B - 1) = \alpha_2$$

Durch Auflösung des Gleichungssystems erhält man für Q_{p0}

$$Q_{p0} = \frac{\alpha_1 \Delta Q_2 - \alpha_2 \Delta Q_1}{\alpha_2 - \alpha_1} \quad (8.18)$$

und für den Sättigungsstrom I_{CS}

$$I_{CS} = \frac{1}{\alpha_1} \left(1 + \frac{\Delta Q_1}{Q_{p0}} \right) = \frac{1}{\alpha_2} \left(1 + \frac{\Delta Q_2}{Q_{p0}} \right). \quad (8.19)$$

8.2. Parameter zur Beschreibung der Sperrschichtkapazitäten

Zur Bestimmung der Sperrschichtkapazitäten des Transistors sind $C(U)$ -Messungen mit einer Kapazitäts-Meßbrücke notwendig.

Um einen Einfluß der Diffusionskapazitäten auszuschließen, erfolgen diese Messungen im Sperrbereich, bzw. bei kleinen Werten der Flußspannung. Hier wird die Spannungsabhängigkeit der Sperrschichtkapazitäten durch die bekannte Formel

$$C_S = \frac{C_{S0}}{\left(1 - \frac{U}{U_D}\right)^{1/n_K}} \quad (8.20)$$

mit den Parametern C_{S0} , U_D und n_K beschrieben.

Um eine genaue Messung zu ermöglichen, sollten Transistoren bzw. Teststrukturen mit großen (bekannten) Flächen verwendet werden. Weiterhin muß auf einen sorgfältigen Abgleich der Gehäuse-Kapazitäten, und der Kapazitäten der zur Kontaktierung notwendigen Bondflecken und Leiterbahnen geachtet werden.

Zur Bestimmung der Parameter werden die gemessenen Kapazitätswerte in doppelt logarithmischen Maßstab über der Spannung ($U + U_D$) aufgetragen. Der Parameter U_D wird hierbei (iterativ) so angepasst, daß die Meßwerte möglichst gut auf einer Geraden liegen. Mit diesem Wert für U_D und dem, der Kapazität bei $U = 0$ entsprechenden Parameter C_{S0} kann der Exponent n_K durch Anpassung an einen auf der Geraden liegenden Punkt (U, C_S) berechnet werden:

$$n_K = \frac{\log \left(1 - \frac{U}{U_D}\right)}{\log \frac{C_{S0}}{C_S}} \quad (8.21)$$

Die an einer integrierten Transistorstruktur mit Standardisolation auftretenden Raumladungszonen sind in den im Bild 7.1 gezeigten Querschnitt eingetragen. Man erkennt, daß die Sperrschichten sowohl am Boden, als auch am Rand der einzelnen Zonen auftreten. Die Sperrschichtkapazitäten müssen daher z.T. in Rand- und Bodenkapazitäten unterteilt werden.

Dies gilt insbesondere für die BE-Sperrschichtkapazität C_{SE} . Infolge der zur Oberfläche hin ansteigenden Dotierung der Basis, ist die auf die Fläche bezogene Kapazität am seitlichen Rand des Emitters deutlich größer als im Bodenbereich. Eine Trennung in Rand- und Bodenanteil ist analog zur Bestimmung der Randströme durch Kapazitätsmessung an Transistoren mit unterschiedlichem Verhältnis von Umfang und Fläche möglich.

Auf diese Weise konnte folgender Zusammenhang zwischen dem Randanteil $C_{SE,R}$ und dem Bodenanteil $C_{SE,B}$ der BE-Sperrschichtkapazität bestätigt werden.

$$C_{SE,R} = C_{SE,B} \gamma_K \frac{U_{EO}}{A_{EO}} \quad (8.22)$$

Hierbei ist A_{EO} die Bodenfläche und U_{EO} der Umfang der Emitterzone. Die Konstante γ_K hat für die untersuchten Transistoren den Wert

$$\gamma_K = 1,25 \mu\text{m}.$$

Den Rand- bzw. Bodenanteil von C_{SE} erhält man dann aus dem Meßwert durch die Beziehungen:

$$C_{SE,R} = C_{SE} \frac{\gamma_K \frac{U_{EO}}{A_{EO}}}{1 + \gamma_K \frac{U_{EO}}{A_{EO}}} \quad (8.23)$$

$$C_{SE,B} = C_{SE} \frac{1}{1 + \gamma_K \frac{U_{EO}}{A_{EO}}} \quad (8.24)$$

8.3. Parameter zur Beschreibung der Minoritätenzeitkonstante

Die Minoritätenzeitkonstante τ_N^* ist eng mit der Transitfrequenz verknüpft.

Unter Berücksichtigung der Elemente des äußeren Transistors (vgl. Kapitel 7.3) kann man folgenden Zusammenhang zwischen der "idealen" Transitfrequenz f_{T0} und den Elementen des Ersatzschaltbildes herleiten (vgl. /78/).

$$\frac{1}{2\pi f_{T0}} = \tau_N^* + \tau_{RCa} + \left(1 + \frac{\tau_N^* I_C}{Q_p}\right) \frac{U_T}{I_C} (C_{SE} + C_{SC} + C_K) \quad (8.25)$$

Hierbei ist

$$\tau_{RCa} = r_{Ca} C_{CBa}.$$

die durch den Spannungsabfall am äußeren Kollektorbahnwiderstand entstehende Zeitkonstante. C_K steht für sämtliche mit dem Basisanschluß verbundenen parasitären Kapazitäten (z.B. Kontaktfleckkapazitäten, Gehäusekapazitäten). Die Kapazitäten C_{SE} und C_{SC} werden durch die Summe der inneren und äußeren Anteile gebildet. Mit (8.25) kann die Zeitkonstante τ_N^* dann direkt aus der durch die Bedingung $f_T = |\beta| f$ im Bereich des 20dB-Abfalls von $|\beta|$ definierten Transitfrequenz (mit $f_T \approx f_{T0}$) bestimmt werden.

Die untersuchten Transistoren haben einen Maximalwert der Transitfrequenz von 5-6 GHz. Da in diesem Frequenzbereich die parasitären Ersatzschaltbildelemente die Messung stark verfälschen /78/ verbietet sich eine direkte Bestimmung von β bei $f \approx f_T$.

Die Kleinsignalstromverstärkung wird daher bei der sehr viel kleineren Meßfrequenz f_m bestimmt und unter Zugrundelegung des bekannten "Tiefpassverhaltens" (vgl. Kap. 5.4)

$$|\beta| = \frac{\beta_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_m}{f_{T0}}\right)^2}} = \frac{\beta_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_m \beta_0}{f_{T0}}\right)^2}} \quad (8.26)$$

die "ideale" Transitfrequenz aus der Beziehung

$$f_{T0} = \frac{f_m |\beta|}{\sqrt{1 - \left(\frac{|\beta|}{\beta_0}\right)^2}} \quad (8.27)$$

berechnet. β_0 ist der Betrag der Kleinsignalstromverstärkung bei kleinen Frequenzen.

Für die Wahl der Meßfrequenz gibt es eine obere und eine untere Grenze.

Die untere Grenze wird durch die Bedingung bestimmt, daß f_m ausreichend weit im abfallenden Bereich des $|\beta|$ -Verlaufes liegen muß:

$$f_m > f_{\min} = f_{\beta} = \frac{f_{T0}}{\beta_0}$$

Die obere Frequenzgrenze resultiert aus der Forderung, daß der Einfluß der parasitären Ersatzschaltbildelemente (z.B. Gehäusekapazitäten, Bondinduktivitäten) vernachlässigbar sein muß. Sie kann aus den in /78/ angegebenen Beziehungen bestimmt werden.

Da auch im Hochstrombereich der Einfluß von C_{DC} und S_I auf die Transitfrequenz vernachlässigbar gering ist, kann das in /78/ zugrundegelegte (außerhalb des Hochstrombereichs gültige) Ersatzschaltbild auch im Hochstrombereich zur Berechnung des zulässigen Frequenzbereichs verwendet werden.

Für die untersuchten Bipolartransistoren wurde die Meßfrequenz mit $f_m = 300$ MHz so gewählt, daß beide Grenzen im gesamten Strombereich nicht überschritten werden.

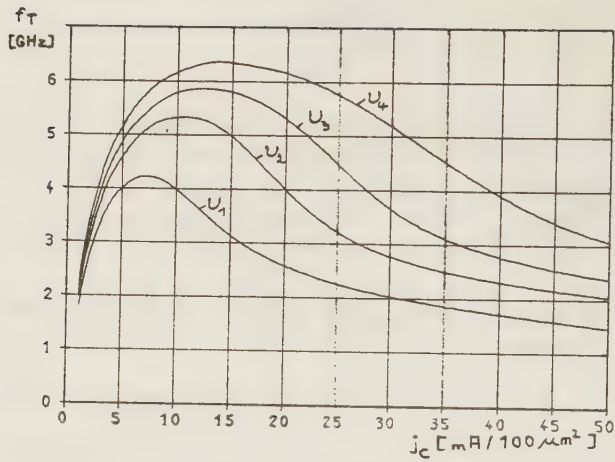


Bild 8.1: Stromabhängigkeit der Transitfrequenz f_T .

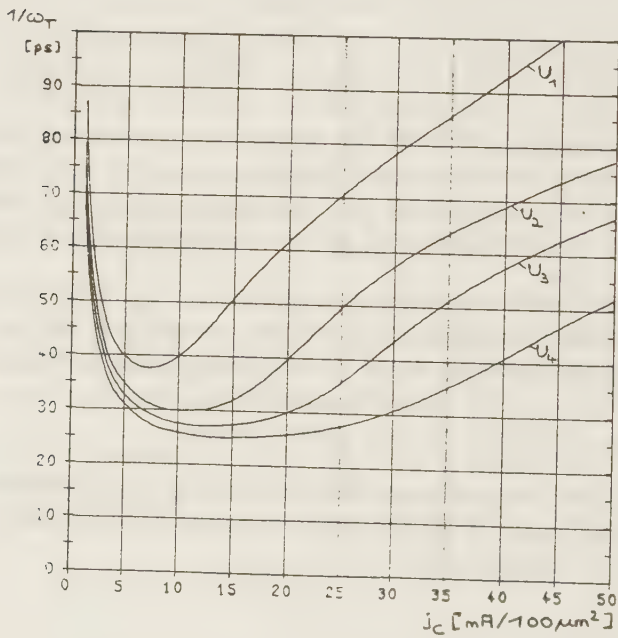


Bild 8.2: Stromabhängigkeit des Kehrwertes der Transitfrequenz.

Die auf diese Weise meßtechnisch bestimmte Stromabhängigkeit der Transitfrequenz f_T zeigt Bild 8.1. Die entsprechenden Verläufe der Größe $1/\omega_T$ sind in Bild 8.2 aufgetragen. Um einen direkten Vergleich mit den, mit Hilfe der numerischen Simulation ermittelten Werten zu ermöglichen, wurden die Verläufe in Abhängigkeit von der Stromdichte $j_C = I_C/A_E$ dargestellt.

Bei kleinen Strömen dominiert der Einfluß der Sperrschichtkapazitäten. Zur Bestimmung der Minoritätenzeitkonstante muß dieser Anteil eliminiert werden. Hierzu wird der Kehrwert der Transitfrequenz über dem Kehrwert des Kollektorstroms aufgetragen. Dies ist in Bild 8.3 für die CE-Spannung $U_{CE} = 0,5 \text{ V}$ gezeigt.

Der in dieser Darstellung bei kleinen Strömen näherungsweise lineare Verlauf wird mit der berechtigten Annahme, daß sich die Sperrschichtkapazitäten in diesem Strombereich nur wenig ändern, durch eine Gerade mit der Geradengleichung

$$\tau_G = \tau_{G0} + \frac{U_T}{I_C} (C_{SE} + C_{SC} + C_K) \quad (8.28)$$

angenähert (vgl. Bild 8.3).

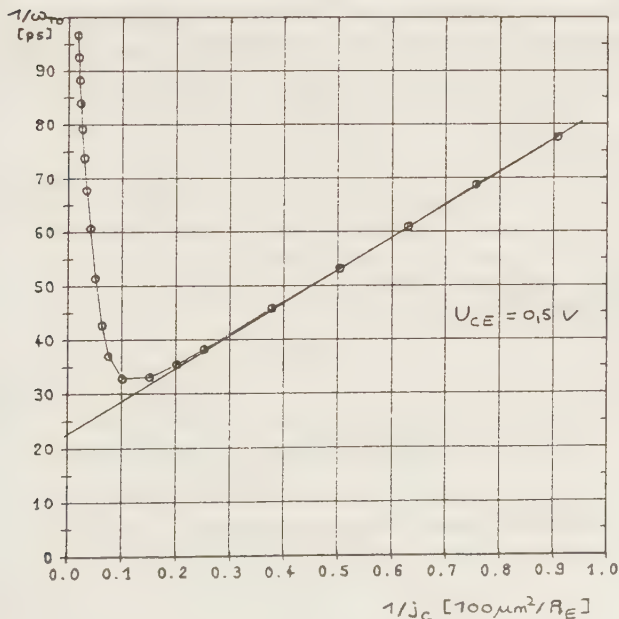


Bild 8.3:

Bestimmung von τ_{N^*}
über die Strom-
abhängigkeit der
Transitfrequenz.

Für den, um den zweiten Term dieser Geradengleichung verringerten Verlauf nach (8.25) gilt dann:

$$\tau' = \tau_{N*} \left(1 + \frac{U_T}{Q_p} (C_{SE} + C_{SC} + C_K) \right) + \tau_{RCa} \quad (8.29)$$

Zur Bestimmung von τ_{N*} muß hiervon der Wert von τ_{RCa} abgezogen und der verbleibende Verlauf (iterativ) mit dem aus der Summe der Kapazitäten und der Gesamtlöcherladung gebildeten Term korrigiert werden:

$$\tau_{N*} = (\tau' - \tau_{RCa}) \frac{1}{1 + U_T/Q_p (C_{SE} + C_{SC} + C_K)} \quad (8.30)$$

Die resultierenden $\tau_{N*}(I_C)$ -Verläufe zeigt Bild 8.4.

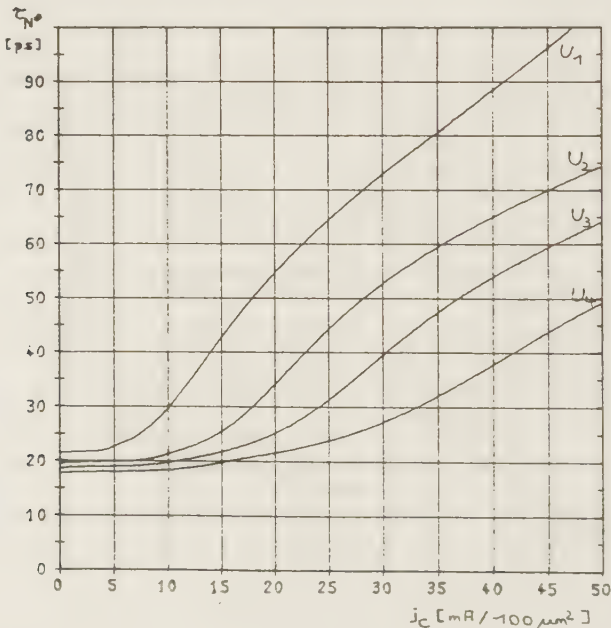


Bild 8.4: Gemessener Verlauf der Minoritätenzeitkonstanten τ_{N*} .

Die Bestimmung der zur Beschreibung dieser Verläufe benötigten Parameter, geschieht dann in folgender Weise (vgl. Kap. 5.2.2.1):

Zunächst werden die Konstanten τ_{NO} und U_{TNO} bestimmt. Für kleine Ströme gilt

$$\tau_{N*} = \tau_0 = \tau_{NO} \left(1 + \frac{U_{TNO}}{U_{CE}} \right).$$

Mit den, für zwei unterschiedliche Werte der CE-Spannung $U_{CE,4}$ und $U_{CE,5}$ bestimmten Zeitkonstanten $\tau_{0,1}, \tau_{0,2}$ erhält man:

$$U_{TNO} = \frac{\tau_{0,1} - \tau_{0,2}}{\tau_{0,2}/U_{CE,5} - \tau_{0,1}/U_{CE,4}} \quad (8.31)$$

$$\tau_{NO} = \tau_{0,1} / (1 + U_{TNO}/U_{CE,4}) = \tau_{0,2} / (1 + U_{TNO}/U_{CE,5}) \quad (8.32)$$

Anschließend wird der Wert des Einsatzstroms I_{E1} und der Zeitkonstanten τ_{N10} ($I_C = I_{E2}$) festgelegt (vgl. Bild 8.5).

Zur Bestimmung der Parameter τ_{N2} und I_{S2} wird eine in der Mitte des interessierenden Spannungsbereichs aufgenommene Kurve verwendet. Mit den beiden, auf der Kurve liegenden Wertpaaren $(I_{C,1}; \tau_{2,1})$ und $(I_{C,2}; \tau_{2,2})$ erhält man (aus (5.33)).

$$\tau_{N2} = \frac{T_1 I_{C,2} - T_2 I_{C,1}}{I_{C,2} - I_{C,1}} \quad (8.33)$$

$$I_{S2} = I_{C,1} / (T_1 / \tau_{N2} - 1) = I_{C,2} / (T_2 / \tau_{N2} - 1) \quad (8.34)$$

mit

$$T_1 = (\tau_{2,1} - \tau_{N10}) / \left(1 - \left(\frac{I_{E2}}{I_{C,1}} \right)^2 \right)$$

$$T_2 = (\tau_{2,2} - \tau_{N10}) / \left(1 - \left(\frac{I_{E2}}{I_{C,2}} \right)^2 \right).$$

Der Einsatzstrom I_{E2} wird mit den Parametern R_{CO} , U_{lim} , U_{KO} und U_{CES} beschrieben. Für U_{CES} kann ein konstanter Wert von $U_{CES} = 0,1 \text{ V}$ angenommen werden. Die verbleibenden drei Parameter können durch Lösung des Gleichungssystems (aus (5.57))

$$\frac{R_{CO} I_{E2,1}}{U_{CE,1}} \sqrt{1 + \left(\frac{U_{CE,1} - U_{CES}}{U_{lim}} \right)^2} - \left(1 + \frac{U_{CE,1} - U_{CES}}{U_{KO}} \right) = 0$$

$$\frac{R_{CO} I_{E2,2}}{U_{CE,2}} \sqrt{1 + \left(\frac{U_{CE,2} - U_{CES}}{U_{lim}} \right)^2} - \left(1 + \frac{U_{CE,2} - U_{CES}}{U_{KO}} \right) = 0 \quad (8.35)$$

$$\frac{R_{CO} I_{E2,3}}{U_{CE,3}} \sqrt{1 + \left(\frac{U_{CE,3} - U_{CES}}{U_{lim}} \right)^2} - \left(1 + \frac{U_{CE,3} - U_{CES}}{U_{KO}} \right) = 0$$

berechnet werden.

Diese Lösung muß iterativ erfolgen. Unter Verwendung des Newton-Verfahrens sind hierzu nur wenige Iterationsschritte notwendig. Die für die drei CE-Spannungen $U_{CE,1} - U_{CE,3}$ zu bestimmenden Einsatzströme $I_{E2,1} - I_{E2,3}$ sind hierbei durch die Beziehung

$$I_{E2} = I_C(\tau_{N*} = \tau_{N10})$$

definiert.

Der verbleibende Parameter β_1 in (5.54) dient als Wichtungsfaktor für den $\tau_{N*}(I_C)$ -Verlauf im Strombereich $I_{E1} \leq I_C < I_{E2}$. Für den betrachteten Transistor wurde der Wert $\beta_1 = 0,75$ verwendet.

Ein Vergleich des mit den so bestimmten Parametern berechneten analytischen $\tau_{N*}(I_C)$ -Verlaufs mit dem gemessenen Verlauf ist in Kapitel 11 zu finden. Die zur Bestimmung verwendeten Meßpunkte sind in Bild 8.5 eingetragen.

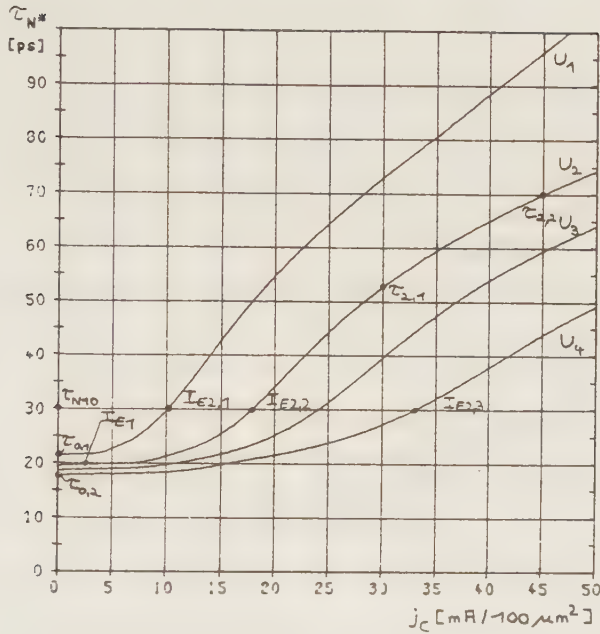


Bild 8.5: Gemessener Verlauf der Minoritätenzeitkonstanten τ_{N*} .
Bestimmung der Parameter zur analytischer Beschreibung
von $\tau_{N*}(I_C)$.

8.4 Bahnwiderstände und äußere Sperrschichtkapazitäten

Zur Bestimmung der Bahnwiderstände müssen die Schichtwiderstände der einzelnen Zonen bekannt sein. Ihre Messung erfolgt in der Regel an speziellen, auf dem Chip vorzusehenden Teststrukturen. Bei Kenntnis der geometrischen Abmessungen können dann die entsprechenden Widerstandswerte aus der in Kapitel 7.2 angegebenen Beziehungen berechnet werden.

Die Diffusionsspannung und der Exponent der "äußeren" BE- und BC-Sperrschichtkapazitäten entsprechen den Werten der "inneren" Kapazitäten. Unterschiede ergeben sich nur in dem Parameter C_{SO} .

C_{SCOa} erhält man durch Multiplikation von C_{SCOi} mit dem Flächenverhältnis von äußerer BC-Zone und Emitterboden. Der Parameter C_{SE0a} folgt aus dem Wert von C_{SE0i} durch Anwendung von (8.22). Die Parameter von C_{SCS} werden nach dem in Kapitel 7.2 beschriebenen Verfahren bestimmt.

Solange der Spannungsabfall am inneren Basisbahnwiderstand vernachlässigbar bleibt, steht der über die äußere BE-Diode fließende Strom i_{BOa} in einem konstanten Verhältnis zum Strom der inneren BE-Diode i_{BOi} (vgl. Kapitel 7.1.3). Die zur Beschreibung von i_{BOa} benötigten Parameter erhält man unter Anwendung der Beziehungen (7.7), (8.3) und (8.4).

Der Sättigungsstrom der äußeren BC-Diode dient als Fitting-Parameter zur Anpassung des Ausgangskennlinienfeldes bei sehr kleinen Spannungen.

9. Überprüfung des Ersatzschaltbildes des "eentlichen" Transistors durch die numerisch exakte Simulation

Die Gültigkeit der angegebenen Beziehungen für die Ersatzschaltbildelemente des "eentlichen" Transistors wurde in Kapitel 5 durch Vergleich mit der eindimensionalen numerischen Simulation nachgewiesen. Hierbei wurden die einzelnen Elemente getrennt überprüft. Inwieweit mit dem resultierenden Modell auch das Klemmenverhalten des Transistors richtig beschrieben wird, soll im folgenden für den eindimensionalen Transistor gezeigt werden.

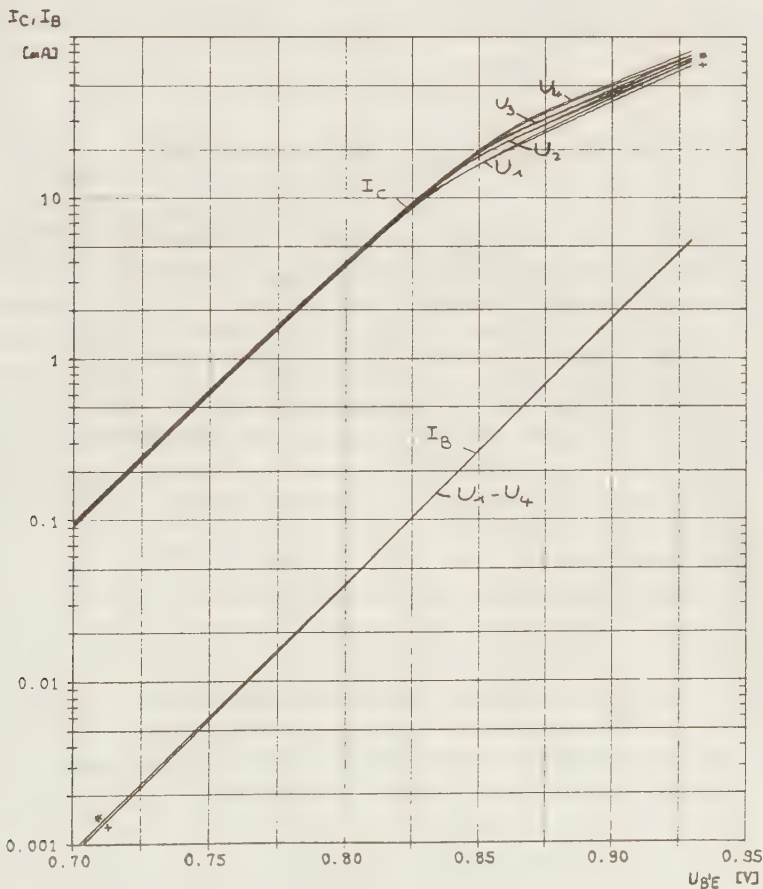


Bild 9.1: Vergleich der $I_C(U_{BE})$ - und $I_B(U_{BE})$ - Kennlinien

* $\hat{=}$ numerisch exakte Simulation

+ $\hat{=}$ analytisches Modell nach Kapitel 5.

Hierzu ist in Bild 9.1 ein Vergleich der $I_C(U_{BE})$ - bzw. $I_B(U_{BE})$ -Kennlinien gezeigt. Bild 9.2 zeigt einen Vergleich der Ausgangskennlinienfelder. Für die Parameter des Modells wurden hier die in Kapitel 5 angegebenen Werte verwendet. Man erkennt, daß das statische Verhalten des eindimensionalen Transistors im gesamten Strom- und Spannungsbereich mit hoher Genauigkeit beschrieben wird.

Zum Vergleich des dynamischen Verhaltens wurde die transiente numerische Simulation und ein vorhandenes Netzwerkanalyseprogramm /61/ verwendet. Das Transistormodell nach Kapitel 5 wurde hierbei in Form einer Subroutine an das Netzwerkanalyseprogramm angekoppelt.

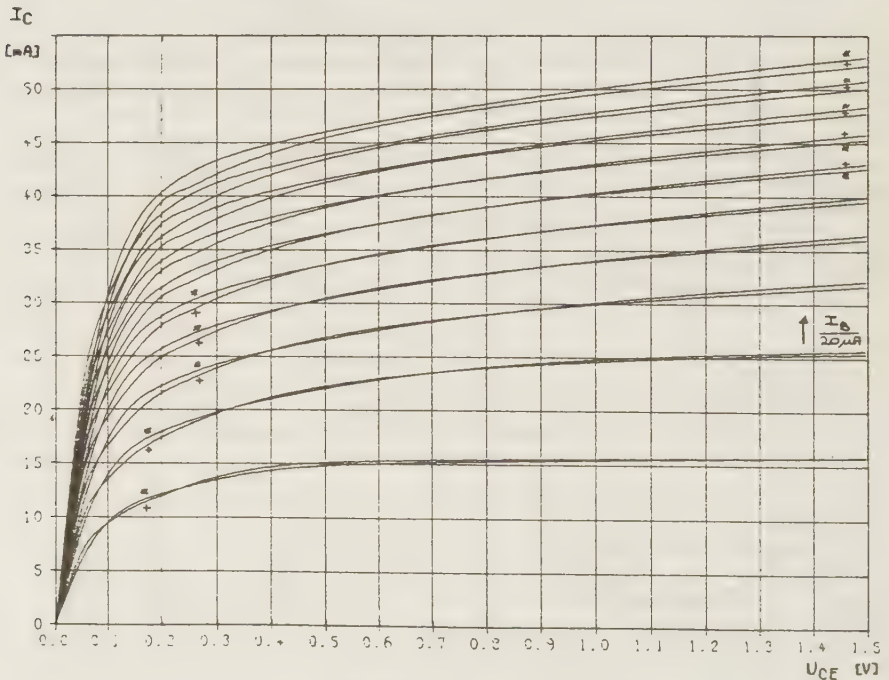


Bild 9.2: Vergleich der Ausgangskennlinienfelder

* $\hat{=}$ numerisch exakte Simulation

+ $\hat{=}$ analytisches Modell nach Kapitel 5.

Ausgehend von den Arbeitspunkten A1-A5 (vgl. Bild 3.11) wurde der Transistor mit konstantem Basisstrom und bei konstanter CE-Spannung ($U_{CE} = 0,5 \text{ V}$) ausgeschaltet. Um den gesamten Bereich möglicher Schaltzeiten abzudecken, ist in den Bildern 9.3 - 9.6 der Schaltvorgang für die vier Basisstromwerte

$$I_{B1} = - I_{C0}/20 \quad (\text{Bild 9.3})$$

$$I_{B2} = - I_{C0}/10 \quad (\text{Bild 9.4})$$

$$I_{B3} = - I_{C0}/5 \quad (\text{Bild 9.5})$$

$$I_{B4} = - I_{C0}/2,5 \quad (\text{Bild 9.6})$$

dargestellt. Der Strom I_{C0} entspricht hierbei jeweils dem statischen Kollektorstrom im Arbeitspunkt.

Man erkennt, daß auch das dynamische Verhalten mit hoher Genauigkeit beschrieben wird. Die Unterschiede in der resultierenden Schaltzeit sind sehr gering. Eine Abweichung im $i_C(t)$ -Verlauf wird im wesentlichen nur durch die beim numerischen Modell auftretende Totzeit (vgl. Kap.5.4) hervorgerufen. Sie ist beim analytischen Modell nicht berücksichtigt. Dennoch zeigt der Vergleich der Schaltzeiten, daß der dem analytischen Modell zugrundeliegende quasistatische Ansatz bis zu sehr niedrigen Schaltzeiten vollaufgerechtfertigt ist.

Da die zweidimensionale Beschreibung des Schaltvorgangs einen sehr hohen Aufwand an Rechenzeit und Speicherkapazität erfordert (vgl. z.B. /35/) wurde auf ein Vergleich des analytischen Modells mit der numerisch exakten zweidimensionalen Simulation verzichtet. Da jedoch, wie in Kapitel 4 gezeigt, die "Integral Charge Control Relation" auch im zweidimensionalen Fall anwendbar ist und die resultierende Schaltzeit direkt von der im Transistor gespeicherten Minoritätenladung abhängig ist, kann bei einer entsprechend genauen Beschreibung (die Minoritätenladung bestimmenden) Minoritätenzeitkonstante τ_N^* auf eine, den Verläufen in den Bildern 9.3 - 9.6 entsprechende Genauigkeit in der Beschreibung des zweidimensionalen Schaltverhaltens geschlossen werden.

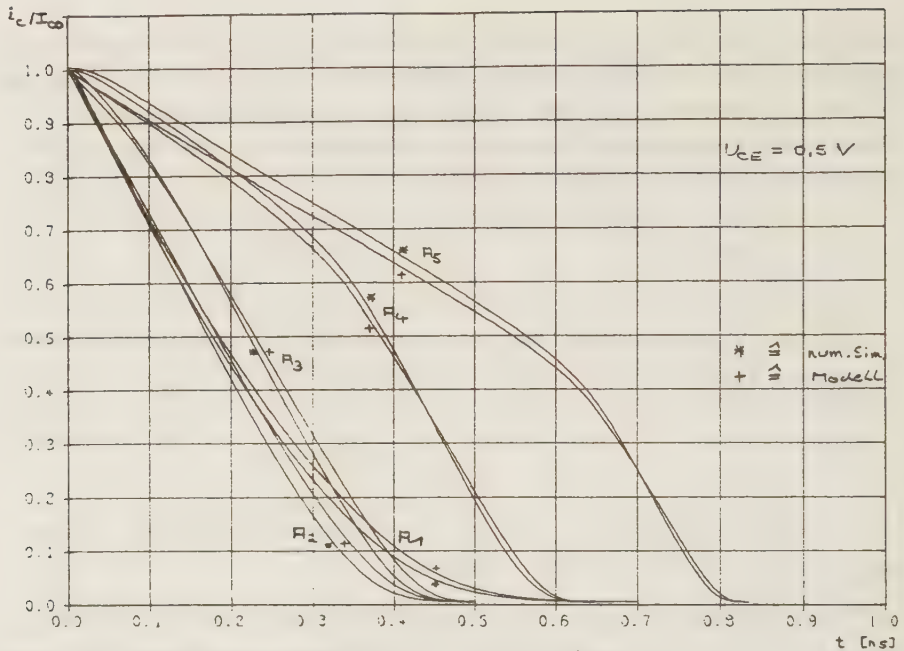


Bild 9.3: Ausschaltvorgang für $I_{B,aus} = -I_{C0}/20$.

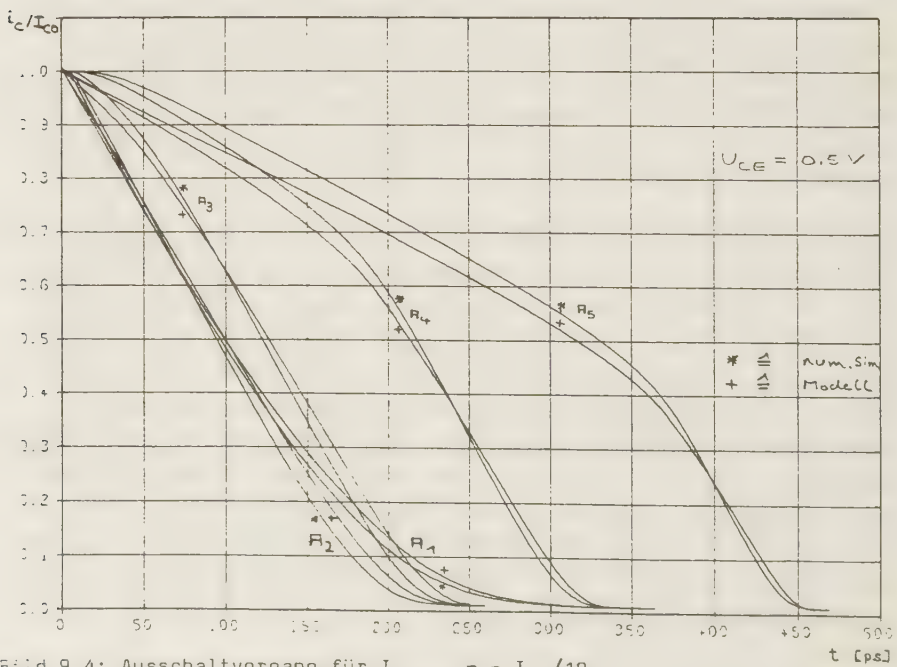


Bild 9.4: Ausschaltvorgang für $I_{B,aus} = -I_{C0}/10$.

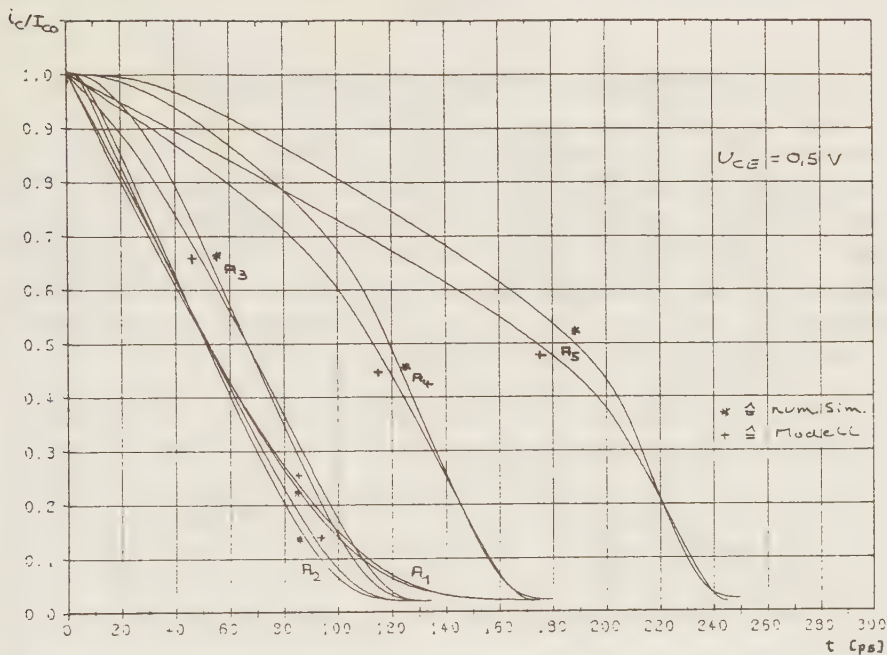


Bild 9.5: Ausschaltvorgang für $I_{B,aus} = -I_{C0}/5$.

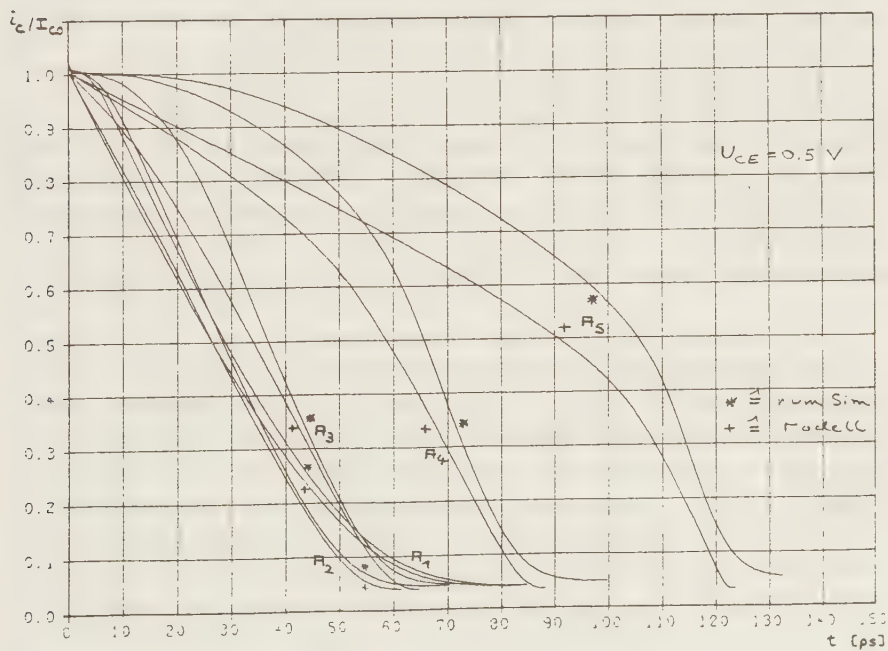


Bild 9.6: Ausschaltvorgang für $I_{B,aus} = -I_{C0}/2.5$.

10. Vergleich der numerisch exakten Simulation mit der Messung

Die Verwendung der numerisch exakten Simulation als Referenz zur Entwicklung und Überprüfung des analytischen Modells hat viele Vorteile. So ist z.B. ein direkter Einblick in die, in der Transistorstruktur auftretende Verteilung der Ladungsträgerdichten und der Feldstärke möglich. Die einzelnen Ladungsanteile können lokalisiert und der Einfluß der verschiedenen Transistorzonen auf das Gesamtverhalten analysiert werden.

Weiterhin kann mit Hilfe der transienten Simulation das Schaltverhalten des Transistors betrachtet werden, ohne daß die bei der Messung unvermeidlichen parasitären Kapazitäten und Induktivitäten des Schaltungsaufbaus und des Transistorgehäuses das Verhalten verfälschen. Ihr Einfluß ist bei den betrachteten schnellen Bipolartransistoren erheblich und kann auch durch einen sehr sorgfältigen Meßaufbau nicht völlig unterdrückt werden /64/.

In dieser Arbeit wurde daher zur Überprüfung des Schaltverhaltens die numerisch exakte Simulation verwendet. Hierbei wurde eine gute Übereinstimmung zwischen dem analytischen Modell und der numerisch exakten Simulation festgestellt.

Die hierbei gewonnenen Ergebnisse können jedoch nur dann auf das Schaltverhalten des realen Transistors übertragen werden, wenn sichergestellt ist, daß das numerisch exakte Modell das dynamische Verhalten des Transistors richtig wiedergibt. Dies soll im folgenden (insbesondere für den Hochstrombereich) überprüft werden.

Die üblicherweise bei integrierten Schaltungen verwendeten Ansteuerungen kommen (bedingt durch den Basisbahnwiderstand und eventuelle vorhandene Vorwiderstände) einer Stromsteuerung ($I_B = \text{const.}$) sehr nahe. Die resultierende Schaltzeit ist dann direkt von der im Transistor gespeicherten, durch Integration der Minoritätenzeitkonstante τ_N zu berechnenden, Minoritätenladung abhängig. Aus der Übereinstimmung der Strom- und Spannungsabhängigkeit von τ_N kann somit auch auf eine Übereinstimmung der Schaltzeiten geschlossen werden.

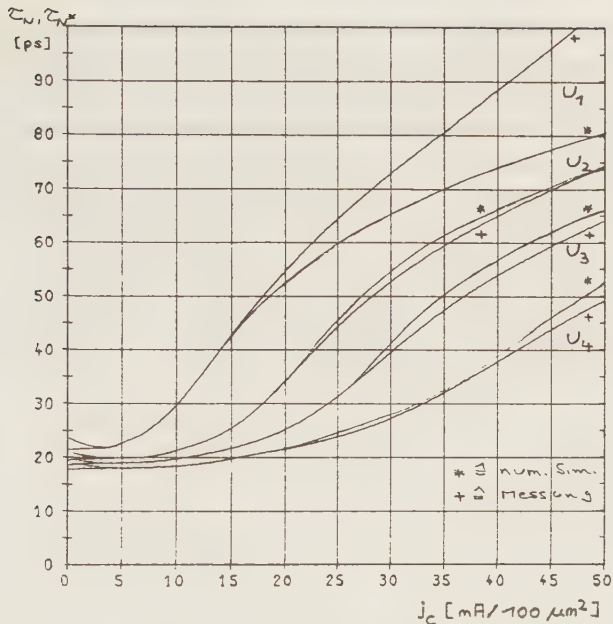


Bild 10.1: Vergleich der numerisch ermittelten Minoritätenzeitkonstanten τ_N (zweidimensionale Simulation) mit dem gemessenen $\tau_{N*}(I_C)$ -Verlauf.

Bild 10.1 zeigt einen Vergleich des sich aus der numerisch exakten zweidimensionalen Simulation ergebenden Verlaufs der Minoritätenzeitkonstante τ_N (vgl. Bild 3.24) mit dem aus der f_T -Messung ermittelten Verlauf $\tau_{N*}(I_C)$ (vgl. Bild 8.4).

Bedingt durch die, in den meßtechnisch ermittelten τ_{N*} -Verläufen enthaltene Kollektorzeitkonstante τ_{RCi} und eventuelle Ungenauigkeiten in der Beschreibung des BE-Übergangs (Dotierungsprofil, effektive Eigenleitungsdichte) sind die "Grundwerte" der meßtechnisch ermittelten $\tau_{N*}(I_C)$ -Verläufe und der numerisch bestimmten Verläufe nicht gleich. Um einen direkten Vergleich der insbesondere im Hochstrombereich interessierenden Verläufe zu ermöglichen wurden deshalb die numerisch ermittelten Kurven auf den Grundwert der gemessenen Verläufe korrigiert (verschoben).

Wie ein Vergleich der Verläufe zeigt, ist die Übereinstimmung gut. Dies gilt sowohl im Bereich mittlerer Stromdichten ("Stauladung" in der Basis) als auch im Hochstrombereich. Die bei der CE-Spannung $U_{CE} = 0,3 \text{ V}$ im Hochstrombereich auftretender Abweichungen sind auf den, im numerischen Modell nicht berücksichtigten, beim realen Transistor ($A_E = 2,15 \times 23,2 \mu\text{m}^2$) vorhandenen Substratwiderstand der n^+ -Zone von $r_{\text{sub}} = 1,75 \Omega$ zurückzuführen. Der Spannungsabfall an diesem Widerstand führt bei großen Strömen zu einer Verringerung der über der CB-Zone anliegenden Spannung und damit zu einer Verschiebung des $\tau_{N^*}(I_C)$ -Verlaufs zu kleineren Werten der CE-Spannung (Versteilerung des Verlaufs).

11. Überprüfung des Ersatzschaltbildes durch die Messung

Zusätzlich zu dem in Kapitel 9 vorgenommenen Vergleich mit der numerisch exakten Simulation wurde die Gültigkeit des Modells durch den Vergleich mit Messungen am realen Bipolartransistor überprüft. Der Vergleich des dynamischen Verhaltens wurde hierbei auf die Betrachtung des Kleinsignalverhaltens (f_T -Messung) beschränkt.

Eine direkte Messung des Schaltverhaltens erweist sich bei den untersuchten schnellen Bipolartransistoren als sehr problematisch. Die auch bei sehr sorgfältigem Meßaufbau unvermeidlichen parasitären Kapazitäten und Induktivitäten des Meßaufbaues und des Gehäuses verfälschen das Schaltverhalten derart, daß das interessierende Verhalten des Transistors nur ungenau zu bestimmen ist. Auf die meßtechnische Überprüfung des Schaltverhaltens wurde daher verzichtet. Mit der in Kapitel 10 nachgewiesenen Übereinstimmung der $\tau_N(I_C)$ -Abhängigkeit von Messung und Simulation kann jedoch die in Kapitel 9 gezeigte gute Übereinstimmung des Schaltverhalten von Modell und numerischer Simulation auch für den Vergleich mit der Messung angenommen werden.

Vorraussetzung für eine genaue Beschreibung des Schaltverhaltens ist jedoch eine entsprechend genaue Beschreibung der Strom- und Spannungsabhängigkeit der Minoritätenzeitkonstante τ_N . Bild 11.1 zeigt für die vier CE-Spannungen $U_{CE} = U_1 \dots U_4$ einen Vergleich des gemessenen $\tau_N(I_C)$ -Abhängigkeit mit dem durch die Modellgleichungen (5.54)-(5.57) beschriebenen Verlauf. Hierbei wurden die nach dem in Kapitel 8.3 beschriebenen Verfahren bestimmten Parameter

$$\tau_{N0} = 16,888 \text{ ps} \quad U_{TNO} = 0,08194 \text{ V}$$

$$\tau_{N10} = 30,0 \text{ ps} \quad I_{E1} = 2,5 \text{ mA } A_{E1} \quad \beta_1 = 0,75$$

$$\tau_{N2} = 10,30 \text{ ps} \quad I_{S2} = 12,522 \text{ mA } A_{E1}$$

$$R_{CO} = 19,54 \Omega \frac{1}{A_{E1}} \quad U_{lim} = 0,5103 \text{ V} \quad U_{KO} = 4,06 \text{ V} \quad U_{CES} = 0,1 \text{ V}$$

mit $A_{E1} = A_E / 100 \mu\text{m}^2$ verwendet.

Die für den gemessenen Bipolartransistor bei Berücksichtigung der Randinjektion (vgl. Kap. 7.13) zugrundegelegte Emittterfläche beträgt

$$A_E = (2,15 \times 23,2) \mu\text{m}^2 = 49,88 \mu\text{m}^2.$$

Um einen direkten Vergleich mit den aus der numerischen Simulation erhaltenen Verläufen zu ermöglichen, wurde auch hier der Kollektorstrom auf die Emittterfläche normiert.

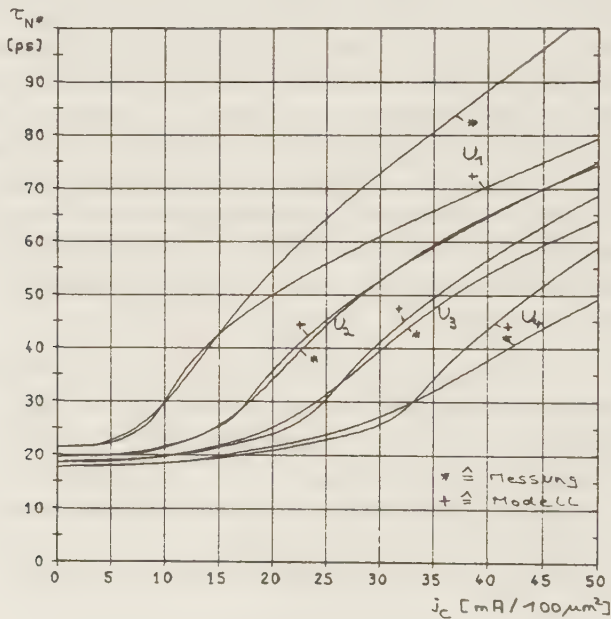


Bild 11.1: Vergleich der gemessenen $\tau_{N^*}(I_C)$ - Abhängigkeit mit dem Verlauf nach (5.54)-(5.57).

Wie ein Vergleich der Verläufe zeigt, können die für den eindimensionalen Fall hergeleiteten Beziehungen (5.54)-(5.57) mit guter Genauigkeit auch zur Beschreibung des (durch zweidimensionale Effekte deutlich flacher verlaufenden) $\tau_{N^*}(I_C)$ -Verlaufs des realen Transistors verwendet werden.

Die Parameter τ_{N2} und I_{S2} wurden bei $U_{CE} = 0,5$ V bestimmt. Entsprechend ist die Übereinstimmung für diese CE-Spannung am besten. Bei hohen Werten der CE-Spannung werden die Abweichungen größer. Sie können durch entsprechende Bestimmung von τ_{N2} und I_{S2} bei hohen Strömen verringert werden. Die bei $U_{CE} = 0,3$ V im Bereich hoher Ströme auftretende Abweichung ist u.a. auf den im Ersatzschaltbild nicht berücksichtigten Substratwiderstand des realen Transistors von $r_{SU} = 1,75\Omega$ zurückzuführen. Er führt zu einer Verteilerung des gemessenen Verlaufs (Verringerung der inneren CE-Spannung).

Für das Schaltverhalten ist die im Transistor gespeicherte Minoritätenladung wichtig. Sie erhält man durch Integration der Minoritätenzeitkonstante. Ein bei hohen Strömen auftretender relativer Fehler in der Beschreibung von τ_{N*} hat daher einen wesentlich kleineren relativen Fehler in der Beschreibung der Minoritätenladung (Schaltzeit) zur Folge.

Der Vergleich des statischen Verhaltens erfolgt anhand des Ausgangskennlinienfeldes. Das für konstante Basisstromstufen von $I_B = 100 \mu A$ aufgenommene Ausgangskennlinienfeld des Transistors ($A_E = 49,88 \mu m^2$) zeigt Bild 11.2.

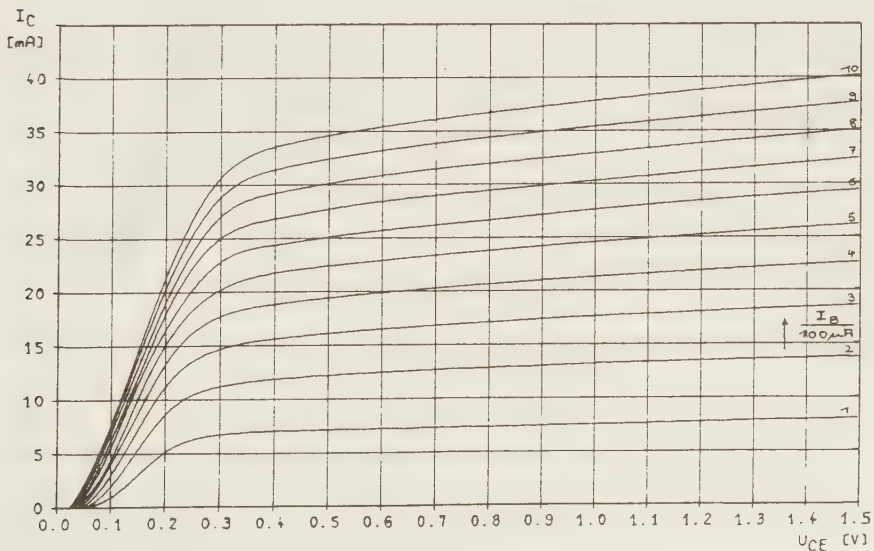


Bild 11.2: Gemessenes Ausgangskennlinienfeld des Transistors
($A_E = 49,88 \mu m^2$).

Für diesen Transistor wurden mit den in den Kapiteln 8.1.1 und 8.1.2.2 beschriebenen Verfahren folgende Parameter zur Beschreibung des statischen Stromflusses ermittelt:

$$I_{BSi} = 6,292 \cdot 10^{-18} \text{ A} \quad m_{Bi} = 1,0617$$

$$I_{BSa} = 2,328 \cdot 10^{-18} \text{ A} \quad m_{Ba} = 1,0617$$

$$I_{CS} = 1,127 \cdot 10^{-16} \text{ A} \quad Q_{p0} = 1,095 \text{ pAs}$$

Der bei kleinen Werten der CE-Spannung auftretende Stromfluß durch die äußere BC-Diode wird mit dem (durch Anpassung an das Ausgangskennlinienfeld bestimmten) Sättigungsstrom

$$I_{BCS} = 5 \cdot 10^{-16} \text{ A}$$

und dem Emissionsfaktor $m_{BC} = 1$ beschrieben.

Für die Sperrschichtkapazitäten des Transistors erhält man

$$C_{SE0i} = 0,1525 \text{ pF } A_E, \quad U_{DE} = 0,9 \text{ V} \quad n_E = 2,41$$

$$C_{SE0a} = 0,1937 \text{ pF } A_E,$$

und

$$C_{SC0i} = 0,03216 \text{ pF } A_E, \quad U_{DC} = 0,7 \text{ V} \quad n_C = 2,37$$

$$C_{SC0a} = 0,5789 \text{ pF } A_E.$$

Der bei sehr kleinen CE-Spannungen verstärkt auftretende Anstieg von τ_N^* wurde für $U_{CE} < 0,2$ V durch folgende Modifikation der Beziehungen (5.55)-(5.57) (in grober Näherung) berücksichtigt:

$$U_{CE} - U_{CES} \longrightarrow \frac{U_{CESS} - U_{CES}}{U_{CESS}} U_{CE}$$

$$\text{mit } U_{CESS} = 0,2 \text{ V}$$

$$\tau_{N2} \longrightarrow \tau_{N2} \frac{U_{CESS}}{U_{CE}}$$

Einen Vergleich des mit diesen Parameterwerten berechneten Ausgangskennlinienfeldes mit dem gemessenen Kennlinienfeld zeigt Bild 11.3.

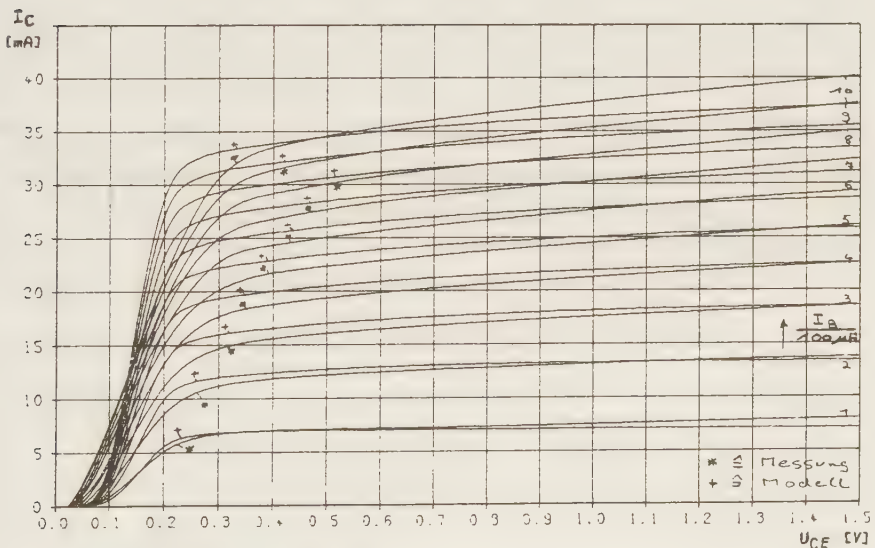


Bild 11.3: Vergleich des gemessenen Ausgangskennlinienfeldes mit dem berechneten Ausgangskennlinienfeld.

Wie man erkennt, wird das statische Verhalten im gesamten interessierenden Strom- und Spannungsbereich mit guter Genauigkeit beschrieben. Die bei sehr kleinen Spannungen auftretenden Abweichungen sind u.a. auf den nicht berücksichtigten Substratwiderstand zurückzuführen.

12. Zusammenfassung

Zur Anwendung in Netzwerkanalyseprogrammen wurde ein analytisches Modell für schnelle integrierte Bipolartransistoren entwickelt, das auch im Hochstrom- bzw. Quasisättigungsbereich das Verhalten des Transistors mit guter Genauigkeit beschreibt.

Zugrundegelegt wurde die am häufigsten verwendeten Technologie mit epitaktischem Kollektor. Weiterhin wurde das Verhalten für die bei modernen integrierten Schaltungen üblichen kleinen Werten der Kollektor-Emitter-Spannung untersucht ($U_{CE} < 2 \text{ V}$).

Durch eine, in sich konsistente und physikalisch durchsichtige Herleitung der Modellgleichungen entstand ein Modell, welches sowohl das statische als auch das dynamische Verhalten des Transistors im gesamten interessierenden Strom- und Spannungsbereich in enger Kopplung zur Physik und in ausreichend einfacher, jedoch genauer Weise beschreibt.

Die Gültigkeit des Modells wurde durch Vergleich mit Messungen an schnellen integrierten Bipolartransistoren ($f_T \approx 7 \text{ GHz}$) und durch Vergleich mit den Ergebnissen der "numerisch exakten" ein- und zweidimensionalen Simulation bestätigt.

Anhang

Anhang A1: Bestimmung des Dotierungsprofils.

Die numerisch exakte Simulation ergibt nur dann eine genaue Beschreibung des Transistorverhaltens wenn das zur Simulation zugrundegelegte Dotierungsprofil mit dem des realen Transistors übereinstimmt. Die genaue Bestimmung des Profils erfordert einigen Aufwand und soll im folgenden kurz beschrieben werden. Genauere Informationen sind in der angegebenen Literatur zu finden (/79/, /81/-/86/).

Die Grundlage für die Beschreibung des Emitter- und Basisprofils bildet die Messung der entsprechenden Schichtwiderstände. Hierzu müssen spezielle Strukturen auf dem Halbleiterchip vorgesehen werden. Durch Anschleifen und Anätzen des Chips ("Schliffe") kann die Lage der pn-Übergänge bestimmt werden. Diese Methode führt jedoch zu relativ ungenauen Ergebnissen. Ein erheblich zuverlässigeres Verfahren zur Bestimmung des Basis- und Emitterprofils stellt die Sekundär-Ionen-Massen-Spektroskopie (SIMS) dar. Das in dieser Arbeit zugrundegelegte Profil wurde nach dieser Methode bestimmt.¹⁾

Soll das Hochstromverhalten des Transistors betrachtet werden, so ist eine genaue Beschreibung des Kollektor-Substratprofils wichtig. Es kann mit Hilfe von Kapazitäts-Spannungs-Messungen an Schottky- bzw. pn-Dioden (C(U)-Messungen) bestimmt werden.

Für die Sperrschichtkapazität einer Schottky-Diode gilt

$$C = \epsilon \frac{A}{x} = \frac{dQ_S}{dU} \quad (A1.1)$$

Mit

$$dQ_S = q A N dx \quad (A1.2)$$

und

$$dC = - \frac{C^2}{\epsilon A} dx \quad (A1.3)$$

1) Den folgenden Firmen sei für die Durchführung der SIMS-Messungen gedankt:

folgt

$$C = \frac{q \epsilon A^2}{C^2} N \frac{dC}{dU} \quad (A1.4)$$

bzw.

$$N = - \frac{C^3}{q \epsilon A^2} \frac{dC}{dU} \quad (A1.5)$$

Mit (A1.5) kann die Dotierung N der Halbleiterzone aus dem gemessenen $C(U)$ -Verlauf bestimmt werden. Um genaue Ergebnisse zu erhalten sollten zur Messung Dioden mit großen Flächen A verwendet werden. Den zur Dotierung N gehörenden Ort x (Ausdehnung der RLZ) erhält man durch Umformung von (A1.1):

$$x = \epsilon \frac{A}{C} \quad (A1.6)$$

Verwendet man pn-Dioden (BC-Übergang) anstelle der Schottky-Dioden, so wird das Ergebnis durch die Ausdehnung der RLZ in das höher dotierte Gebiet (Basis) verfälscht. Dieser Fehler kann (iterativ) durch Vergleich der Meßwerte mit den auf numerisch exakte Weise bestimmten Kapazitätswerten eliminiert werden. Hierbei werden gleichzeitig Unterschiede in der Verteilung der Dotierungsatome und der beweglichen Ladungsträger berücksichtigt. Zusätzlich muß der Einfluß der Randkapazität, der durch die Metalisierung bedingten Kapazität und der Gehäusekapazität korrigiert werden. Das Kollektor-Substratprofil des gemessenen Transistors wurde durch Auswertung von $C(U)$ -Messungen an Schottky- und BC-Dioden bestimmt.

Literaturverzeichnis

- /1/ Shockley, W.: Theory of pn junctions in semiconductors and pn junction transistors. Bell Syst. Tech. J. 28 (1949) 435-489.
- /2/ Jacoboni, C.: A review of some charge transport properties of silicon. Solid State Electron. 20 (1977) 77-89.
- /3/ Irvin, J.C.: Resistivity of bulk silicon and of diffused layers in silicon. Bell Syst. Tech. J. 41 (1962) 387-410.
- /4/ Caughey, D.M.; Thomas, R.E.: Carrier mobilities in silicon empirically related to doping and field. Proc. IEEE 55 (1967) 2192-2193.
- /5/ Mousty, F.; Ostoja, P.; Passari, L.: Relationship between resistivity and phosphorus concentration in silicon. J. Appl. Phys. 45 (1974) 4576-4580.
- /6/ Thurber, W.J.; Mattis, R.L.; Liu, Y.M.: Resistivity-dopant density relationship for silicon. Proc. Semicond. Characterization Techniques, Electrochemical Soc. (1978) 81-92.
- /7/ Wagner, S.: Diffusion of boron from shallow ion implants in silicon. J. Electrochem. Soc. (1972) 1570-1576.
- /8/ Dannhäuser, F.: Die Abhängigkeit der Trägerbeweglichkeit in Silizium von der Konzentration der freien Ladungsträger I. Solid State Electron. 15 (1972) 1371-1375.
- /9/ Krausse, J.: Die Abhängigkeit der Trägerbeweglichkeit in Silizium von der Konzentration der freien Ladungsträger II. Solid State Electron. 15 (1972) 1377-1381.
- /10/ Gibbons, J.F.: Papers on carrier drift velocities in silicon at high electric field strengths. IEEE Trans. Electron Dev. ED-14 (1967) 37-49.
- /11/ Hall, N.: Electron-hole recombination in germanium. Phys. Rev. 87 (1952) 387.
- /12/ Shockley, W.; Read, W.T.: Statistics of the recombination of holes and electrons. Phys. Rev. 87 (1952) 835-842.
- /13/ Fossum, J.G.; Lee, D.S.: A physical model for the dependence of carrier lifetime on doping density in nondegenerate silicon. Solid State Electron. 25 (1982) 741-747.

- /14/ Tyagi, M.S.; van Overstraaten, R.: Minority carrier recombination in heavily-doped silicon. Solid State Electron. 26 (1983) 577-597.
- /15/ Beck, J.O.; Conradt, R.: Auger recombination in silicon. Solid State Commun. 13 (1973) 93-95.
- /16/ Dziewior, J.; Schmid, W.: Auger coefficients for highly doped and highly excited silicon. Appl. Phys. Lett. 31 (1977) 346-348.
- /17/ de Graaf, H.C.; Slotboom, J.W.; Schmitz, A.: The emitter efficiency of bipolar transistors. Solid State Electron. 20 (1977) 515-521.
- /18/ Putley, E.H.; Mitchell, W.H.: The electrical conductivity and Hall effect of silicon. Proc. Phys. Soc. 72 (1958) 193-200.
- /19/ Benda, H.: Determination of the intrinsic density of silicon below the temperature of intrinsic conduction from electric measurements on transistors. Solid-State Electron. 8 (1965) 189-210.
- /20/ Mertens, R.P.; van Overstraaten, R.J.; de Man, H.J.: Heavy doping effects in silicon. Advances in Electronics and Electron Physics 55 (1981) 77-118.
- /21/ Slotboom, J.W.; de Graaf, H.C.: Measurements of bandgap narrowing in Si bipolar transistors. Solid State Electron. 19 (1976) 857-862.
- /22/ Wieder, R.W.: Emitter effects in shallow bipolar devices: Measurements and consequences. IEEE Trans. Electron Dev. ED-27 (1980) 1402-1408.
- /23/ Tang, D.D.: Heavy doping effects in p-n-p bipolar transistors. IEEE Trans. Electron Dev. ED-27 (1980) 563-570.
- /24/ Engl, W.L.; Dirks, H.K.; Meinerzhagen, B.: Device modeling. Proc. IEEE 71 (1983) 10-33.
- /25/ Gummel, H.K.: A self-consistent iterative scheme for one-dimensional steady state transistor calculations. IEEE Trans. Electron Dev. ED-11 (1964) 455-465.
- /26/ Gokhale, B.V.: Numerical solutions for a one-dimensional silicon npn-transistor. IEEE Trans. Electron Dev. ED-17 (1970) 594-602.

- /27/ Hachtel, G.D.; Joy, R.C.; Cooley, J.W.: A new efficient one-dimensional analysis program for junction device modelling. Proc. IEEE 60 (1972) 86-98.
- /28/ Gosh, H.N.; de la Moneda, F.H.; Dono, N.R.: Computer-aided transistor design, characterization, and optimization. Proc. IEEE 55 (1967) 1897-1911.
- /29/ Kurata, M.J.: A small-signal calculation for one-dimensional transistors. IEEE Trans. Electron Dev. ED-18 (1971) 200-210.
- /30/ Slotboom, J.W.: Analysis of bipolar transistors. Dissertation, Techn. Hochschule Eindhoven, 1977.
- /31/ Slotboom, J.W.: Computer-aided two-dimensional analysis of bipolar transistors. IEEE Trans. Electron Dev. ED-20 (1973) 669-679.
- /32/ Heimeier, H.: Zweidimensionale numerische Lösung eines nichtlinearen Randwertproblems am Beispiel des Transistors im stationären Zustand. Dissertation, RWTH Aachen, 1973.
- /33/ Heimeier, H.: A two-dimensional numerical analysis of a silicon npn-transistor. IEEE Trans. Electron Dev. ED-21 (1974) 403-409.
- /34/ Manck, O.; Heimeier, H.; Engl, W.L.: High injection in a two-dimensional transistor. IEEE Trans. Electron Dev. ED-21 (1974) 403-409.
- /35/ Manck, O.: Numerische Analyse des Schaltverhaltens eines zweidimensionalen Bipolartransistors. Dissertation, RWTH Aachen, 1975.
- /36/ Manck, O.; Engl, W.L.: Two-dimensional computer simulation for switching a bipolar transistor out of saturation. IEEE Trans. Electron Dev. ED-22 (1975) 339-347.
- /37/ Dirks, H.: Physikalisch begründete Rechenstrategien zur Simulation bipolarer Bauelemente. Dissertation, RWTH Aachen, 1979.
- /38/ Engl, W.L.; Dirks, H.: Numerical device simulation guided by physical approaches. in: Numerical analysis of semiconductor devices and integrated circuits - Proc. NASECODE I, Browne, B.T.; Miller, J.J.H. (Hrsg.). Dublin: Boole Press 1979.

- /39/ Engl,W.L.;Dirks,H.: Functional device simulation by merging numerical building blocks. in: Numerical analysis of semiconductor devices and integrated circuits - Proc. NASECODE II, Browne,B.T.;Miller,J.J.H. (Hrsg.). Dublin: Boole Press 1979.
- /40/ Laur,R.: Analyse modularer Netzwerke. Dissertation, RWTH Aachen, 1977.
- /41/ Engl,W.L.;Laur,R.;Dirks,H.K.: MEDUSA - A simulator for modular circuits. IEEE Trans. Computer-Aided Design CAD-1 (1982) 265-266.
- /42/ Poestges,R.: Ein für die Netzwerkanalyse geeignetes Modell zur Beschreibung des stationären Verhaltens von integrierten Transistoren. Dissertation, RWTH Aachen, 1982.
- /43/ Kampmann,A.: Realisierung eines Rechnerprogramms zur eindimensionalen Simulation des dynamischen Verhaltens schneller Bipolartransistoren. Studienarbeit, Ruhr-Universität Bochum, Institut für Elektronik, Arbeitsgruppe Halbleiterbauelemente, 1981.
- /44/ Kampmann,A.: Untersuchung des dynamischen Verhaltens schneller Bipolartransistoren mit Hilfe eines transienten numerischen Simulationsverfahrens. Diplomarbeit, Ruhr-Universität Bochum, Institut für Elektronik, Arbeitsgruppe Halbleiterbauelemente, 1982.
- /45/ Gummel,H.K.: A charge control relation for bipolar transistors. Bell Syst. Tech. J. 49 (1970) 115-120.
- /46/ Getreu,I.E.: Modeling the bipolar transistor. Elsevier Scientific Publishing Company, 1978.
- /47/ Ebers, J.J.;Moll,J.L.: Large-signal behavior of junction transistors. Proc. IRE 42 (1954) 1761-1772.
- /48/ Moll,J.L.: Large-signal transient response of a junction transistor. Proc. IRE 42 (1954) 1773-1784.
- /49/ Early,J.M.: Effects of space-charge layer widening in junction transistors. Proc. IRE 40 (1952) 1401-1406.
- /50/ Lindholm,F.A.;Hamilton,D.J.: Incorporation of the Early-effect in the Ebers-Moll model. Proc. IEEE 59 (1971) 1377-1378.

- /51/ Webster, W.M.: On the variation of junction-transistor current-amplification factor with emitter current. Proc IRE 42 (1954) 914-920.
- /52/ Linvill, J.G.: Lumped models of transistors and diodes. Proc. IRE 46 (1958) 1141-1152.
- /53/ Beaufoy, R.; Sparkes, J.J.: The junction transistor as a charge-controlled device. ATEJ (1957) 310-327.
- /54/ Logan, J.: Characterization and modeling for statistical design. Bell Syst. Tech. J. 50 (1971) 1105-1147.
- /55/ Gummel, H.K.; Poon, H.C.: An integral charge control model of bipolar transistors. Bell Syst. Tech. J. 49 (1970) 827-852.
- /56/ Chawla, B.R.: Circuit representation of the integral charge-control model of bipolar transistors. IEEE J. Solid-State Circ. (1971) 262-264.
- /57/ Berbalk, G.; Unger, B.: A model describing bipolar transistors for subnanosecond gates. J. d'Electronique, Lausanne, Tagungsband 173-182.
- /58/ Heinze, W.: Ein zweidimensionales Transistormodell für den rechnergestützten Entwurf bipolarer Schaltungen. Dissertation, TH Darmstadt, 1974.
- /59/ Scharfetter, D.: Bipolar transistor model for IC design. in: Process and device modeling for integrated circuit design, van de Wiele, F.; Engl, W.L.; Jaspers, W.G. (Hrsg.), Leyden: Noordhoff 1977, 365-376.
- /60/ Dutton, R.W.; Divekar, D.A.: Bipolar models for statistical IC design. in: Process and device modeling for integrated circuit design, van de Wiele, F.; Engl, W.L.; Jaspers, W.G. (Hrsg.), Leyden: Noordhoff 1977, 461-467.
- /61/ Rübner-Petersen, T.: NAP2, a nonlinear analysis program for electronic circuits. User's Manual 16/5-73, Institute of Circuit Theory and Telecommunication, University of Denmark, 1973.
- /62/ Nagel, L.W.: SPICE2 computer program to simulate semiconductor circuits. Memorandum No. ERL-M520, University of California, Berkeley, 1975.

- /63/ Vladimirescu, A.; Newton, A.R.; Pederson, D.O.: SPICE Version 2F.1 User's Guide, Department of Electrical Engineering and Computer Sciences, University of California, Berkeley.
- /64/ Schröter, M.: Schaltverhalten von Bipolartransistoren im Subnanosekundenbereich - Vergleich von Simulation und Messung. Studienarbeit, Ruhr-Universität Bochum, Institut für Elektronik, Arbeitsgruppe Halbleiterbauelemente, 1982
- /65/ Schröter, M.: Vergleich verschiedener Transistormodelle für die Simulation schneller integrierter Schaltungen. Diplomarbeit, Ruhr-Universität Bochum, Institut für Elektronik, Arbeitsgruppe Halbleiterbauelemente, 1982.
- /66/ Thomas, D.E.; Moll, J.L.: Junction transistor short-circuit current gain and phase determination. Proc. IRE 46 (1958) 1177-1184.
- /67/ te Winkel, J.: Extended charge control model for bipolar transistors. IEEE Trans. Electron Dev. ED-20 (1973) 389-394.
- /68/ Kirk, C.T.: A theory of transistor cutoff frequency (f_T) falloff at high current densities. IRE Trans. Electron Dev. ED-9 (1962) 164-174.
- /69/ Beale, J.R.A.; Slatter, J.A.G.: The equivalent circuit of a transistor with a lightly doped collector operating in saturation. Solid-State Electron. 11 (1968) 241-252.
- /70/ Whittier, R.J.; Tremere, D.A.: Current gain and cutoff frequency falloff at high currents. IEEE Trans. Electron Dev. ED-16 (1969) 39-57.
- /71/ de Graaf, H.C.: Collector models for bipolar transistors. Solid-State Electron. 16 (1973) 587-600.
- /72/ Bowler, D.L.; Lindholm, F.A.: High current regimes in transistor collector regions. IEEE Trans. Electron Dev. ED-20 (1973) 257-263.
- /73/ Hauser, J.R.: The effects of distributed base potential on emitter-current injection density and effective base resistance for stripe transistor geometries. IEEE Trans. Electron Dev. ED-11 (1964) 238-242.

- /74/ Rein,H.-M.: Der Eingangswiderstand von Transistoren bei schnellen Schaltvorgängen. AEÜ 22 (1968) 322-336.
- /75/ Rein,H.-M.: Improving the large signal models of bipolar transistors by dividing the intrinsic base into two lateral sections. Electronics Letters 13 (1977) 40-41.
- /76/ Hackborn,R.: An automatic network analyzer system. Microwave Journal 11 (1968) 45.
- /77/ Kerns,D.M.;Beatty,R.W.: Basic theory of waveguide junctions and introductory microwave network analysis. Pergamon 1967.
- /78/ Rein,H.-M.: Proper choice of the measuring frequency for determining f_T of bipolar transistors. Solid State Electron. 26 (1983) 75-82.
- /79/ Rein,H.-M.;Ranfft,R.: Integrierte Bipolarschaltungen. Berlin,Heidelberg,New York: Springer 1980
- /80/ Ranfft,R.;Rein,H.-M.: A simple optimization procedure for bipolar subnanosecond IC's. Microelectronics J. 13 (1982).
- /81/ Ruge,I: Halbleiter-Technologie. Berlin,Heidelberg, New York: Springer 1975.
- /82/ Rupprecht,H.S.: Measurement techniques. in: Process and device modeling for integrated circuit design, van de Wiele,F.;Engl,W.L.;Jespers,P.G. (Hrsg.). Leyden: Noordhoff, 1977, 231-260.
- /83/ Hu,S.M.;Schmidt,S.: Interactions in sequential diffusion processes in semiconductors. J.Appl. Phys. 39 (1968) 4272 -4283.
- /84/ Fair,R.B.: Quantitative theory of retarded base diffusion in silicon n-p-n structures with arsenic emitters. J.Appl. Phys. 44 (1973) 283-291.
- /85/ Kennedy,D.P.;O'Brien,R.R.: Analysis of the impurity atom distribution near the diffusion mask for a planar p-n junction. IBM J.Res. Develop. 13 (1969) 662-674.
- /86/ Krusius,J.P.: Two and three-dimensional analytical solution for post-anneal implant profiles through arbitrary mask edges. IEEE Trans. Electron Dev. ED-29 (1978) 435-444.

- /87/ Rein, H.M.: A simple experimental method for separation of the internal and external (peripheral) currents of bipolar transistors. Solid State Electron. (zur Veröff. angenommen).
- /88/ Rein, H.M.: Schnelle integrierte Digitalschaltungen in Silizium-Planartechnik, Probleme-Realisierung-Grenzen. Habilitationsschrift Universität Stuttgart 1973.
- /89/ Beale, J.R.A.; Slatter, J.A.G.: The f_T of bipolartransistors with thin lightly doped bases. Solid State Electron. 19 (1976) 549-556.

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als Wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Elektronische Bauelemente der Ruhr-Universität Bochum. Sie wurde von Herrn Prof. Dr. H.M. Rein, dem Leiter der Arbeitsgruppe Halbleiterbauelemente betreut. Ihm gilt mein besonderen Dank für die Unterstützung und Förderung dieser Arbeit und für sein Interesse an ihrem Fortgang.

Herrn Prof. Dr. P. Dullenkopf danke ich für sein Interesse an der Arbeit und die Übernahme des Korreferats.

Die zur Überprüfung des Modells verwendeten Bipolartransistoren wurden im Technologiebereich des Lehrstuhls für Elektronische Bauelemente hergestellt. Allen beteiligten Mitarbeitern sei hiermit gedankt.

Die numerischen Simulationen wurden auf dem Digitalrechner Cyber 175 des Rechenzentrums der Ruhr-Universität Bochum durchgeführt.

Lebenslauf

28.2.1953	geboren in Büdingen/Hessen
1959-1963	Grundschule in Büdingen
1963-1968	Realschule in Büdingen
1968-1972	Gymnasium in Büdingen
1972-1977	Studium der Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Darmstadt
1.4.1977 bis 31.12.1983	Wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Elektronische Bauelemente der Ruhr- Universität Bochum
seit 1.1.1984	beschäftigt bei der Unternehmensberatung Heyde & Partner in Bad Nauheim

